

2024 年湖南省中考数学试卷

一、选择题：本题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

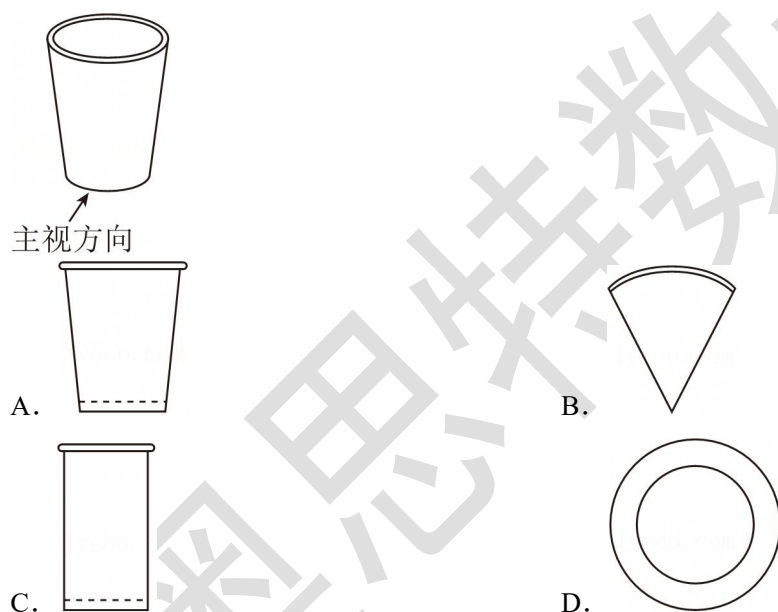
1. (3 分) 在日常生活中，若收入 300 元记作+300 元，则支出 180 元应记作 ()

- A. +180 元 B. +300 元 C. - 180 元 D. - 480 元

2. (3 分) 据《光明日报》2024 年 3 月 14 日报道：截至 2023 年末，我国境内有效发明专利量达到 401.5 万件，高价值发明专利占比超过四成，成为世界上首个境内有效发明专利数量突破 400 万件的国家. 将 4015000 用科学记数法表示应为 ()

- A. 0.4015×10^7 B. 4.015×10^6
C. 40.15×10^5 D. 4.015×10^7

3. (3 分) 如图，该纸杯的主视图是 ()



4. (3 分) 下列计算正确的是 ()

- A. $3a^2 - 2a^2 = 1$ B. $a^3 \div a^2 = a \ (a \neq 0)$
C. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ D. $(2a)^3 = 6a^3$

5. (3 分) 计算 $\sqrt{2} \times \sqrt{7}$ 的结果是 ()

- A. $2\sqrt{7}$ B. $7\sqrt{2}$ C. 14 D. $\sqrt{14}$

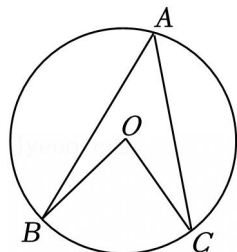
6. (3 分) 下列命题中，正确的是 ()

- A. 两点之间，线段最短
B. 菱形的对角线相等

C. 正五边形的外角和为 720°

D. 直角三角形是轴对称图形

7. (3 分) 如图, AB, AC 为 $\odot O$ 的两条弦, 连接 OB, OC , 若 $\angle A = 45^\circ$, 则 $\angle BOC$ 的度数为 ()



A. 60°

B. 75°

C. 90°

D. 135°

8. (3 分) 某班的 5 名同学 1 分钟跳绳的成绩 (单位: 次) 分别为: 179, 130, 192, 158, 141. 这组数据的中位数是 ()

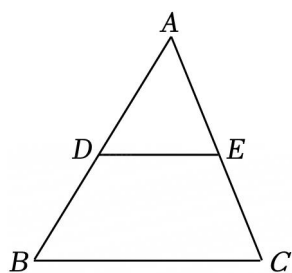
A. 130

B. 158

C. 160

D. 192

9. (3 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D, E 分别为边 AB, AC 的中点. 下列结论中, 错误的是 ()



A. $DE \parallel BC$

B. $\triangle ADE \sim \triangle ABC$

C. $BC = 2DE$

D. $S_{\triangle ADE} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC}$

10. (3 分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 对于点 $P(x, y)$, 若 x, y 均为整数, 则称点 P 为“整点”, 特别地, 当 $\frac{y}{x}$ (其中 $xy \neq 0$) 的值为整数时, 称“整点” P 为“超整点”. 已知点 $P(2a-4, a+3)$ 在第二象限, 下列说法正确的是 ()

A. $a < -3$

B. 若点 P 为“整点”, 则点 P 的个数为 3 个

C. 若点 P 为“超整点”, 则点 P 的个数为 1 个

D. 若点 P 为“超整点”, 则点 P 到两坐标轴的距离之和大于 10

二、填空题: 本题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分。

11. (3 分) 计算: $-(-2024) = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. (3 分) 有四枚材质、大小、背面图案完全相同的中国象棋棋子“”“”“”“”，将它们背面朝上任意放置，从中随机翻开一枚，恰好翻到棋子“”的概率是 _____ .

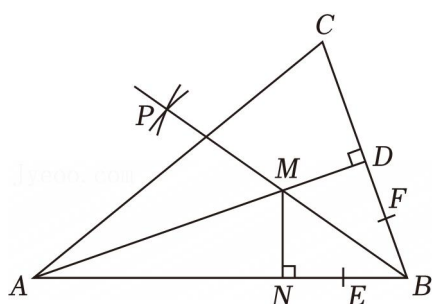
13. (3 分) 分式方程 $\frac{2}{x+1}=1$ 的解为 _____ .

14. (3 分) 若等腰三角形的一个底角的度数为 40° ，则它的顶角的度数为 _____ $^\circ$.

15. (3 分) 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + 2k = 0$ 有两个相等的实数根，则 k 的值为 _____ .

16. (3 分) 在一定条件下，乐器中弦振动的频率 f 与弦长 l 成反比例关系，即 $f = \frac{k}{l}$ (k 为常数， $k \neq 0$) . 若某乐器的弦长 l 为 0.9 米，振动频率 f 为 200 赫兹，则 k 的值为 _____ .

17. (3 分) 如图，在锐角三角形 ABC 中， AD 是边 BC 上的高，在 BA ， BC 上分别截取线段 BE ， BF ，使 $BE=BF$ ；分别以点 E ， F 为圆心，大于 $\frac{1}{2}EF$ 的长为半径画弧，在 $\angle ABC$ 内，两弧交于点 P ，作射线 BP ，交 AD 于点 M ，过点 M 作 $MN \perp AB$ 于点 N . 若 $MN=2$ ， $AD=4MD$ ，则 $AM=$ _____ ，



18. (3 分) 如图，图 1 为《天工开物》记载的用于舂 (chōng) 捣谷物的工具——“碓 (duì)”的结构简图，图 2 为其平面示意图 . 已知 $AB \perp CD$ 于点 B ， AB 与水平线 l 相交于点 O ， $OE \perp l$. 若 $BC=4$ 分米， $OB=12$ 分米， $\angle BOE=60^\circ$ ，则点 C 到水平线 l 的距离 CF 为 _____ 分米 (结果用含根号的式子表示) .



图1

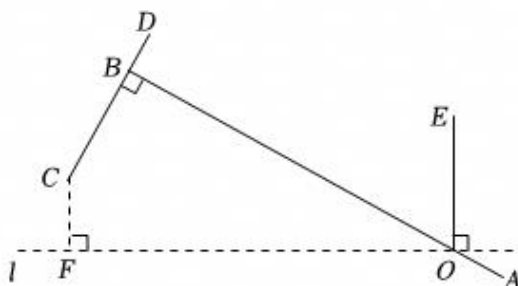


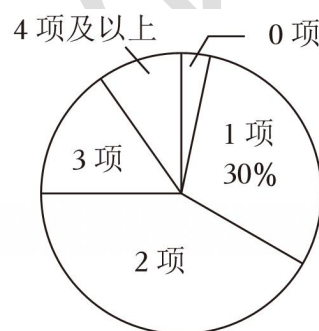
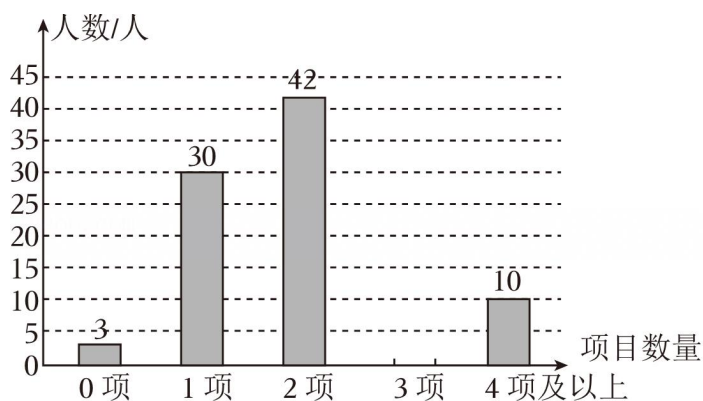
图2

三、解答题：本题共 8 小题，共 66 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

19. (6 分) 计算： $|-3| + (-\frac{1}{2})^0 + \cos 60^\circ - \sqrt{4}$.

20. (6 分) 先化简，再求值： $\frac{x^2-4}{x^2} \cdot \frac{x}{x+2} + \frac{3}{x}$ ，其中 $x=3$.

21. (8 分) 某校为了了解学生五月份参与家务劳动的情况，随机抽取了部分学生进行调查. 家务劳动的项目主要包括：扫地、拖地、洗碗、洗衣、做饭和简单维修等. 学校德育处根据调查结果制作了如下两幅不完整的统计图：



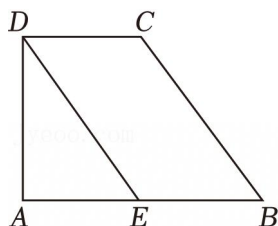
请根据以上信息，解答下列问题：

- (1) 本次被抽取的学生人数为 _____ 人；
- (2) 补全条形统计图；
- (3) 在扇形统计图中，“4 项及以上”部分所对应扇形的圆心角度数是 _____ °；
- (4) 若该校有学生 1200 人，请估计该校五月份参与家务劳动的项目数量达到 3 项及以上的学生人数.

22. (8 分) 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ，点 E 在边 AB 上，_____.

请从“① $\angle B = \angle AED$ ；② $AE = BE$ ， $AE = CD$ ”这两组条件中任选一组作为已知条件，填在横线上（填序号），再解决下列问题：

- (1) 求证：四边形 $BCDE$ 为平行四边形；
- (2) 若 $AD \perp AB$ ， $AD=8$ ， $BC=10$ ，求线段 AE 的长.

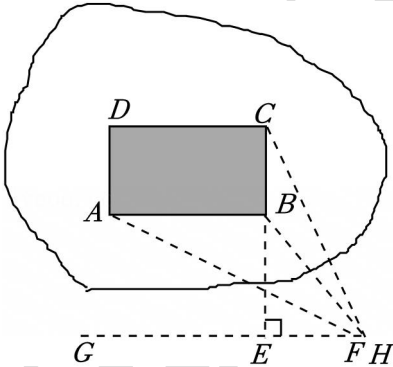


23. (9 分) 某村决定种植脐橙和黄金贡柚，助推村民增收致富. 已知购买 1 棵脐橙树苗和 2 棵黄金贡柚树

苗共需 110 元；购买 2 棵脐橙树苗和 3 棵黄金贡柚树苗共需 190 元.

- (1) 求脐橙树苗和黄金贡柚树苗的单价；
- (2) 该村计划购买脐橙树苗和黄金贡柚树苗共 1000 棵，总费用不超过 38000 元，问最多可以购买脐橙树苗多少棵？

24. (9 分) 某数学研究性学习小组在老师的指导下，利用课余时间进行测量活动.

活动主题		测算某水池中雕塑底座的底面积
测量工具		皮尺、测角仪、计算器等
活动过程	模型抽象	某休闲广场的水池中有一雕塑，其底座的底面为矩形 $ABCD$ ，其示意图如下： 
	测绘过程与数据信息	①在水池外取一点 E，使得点 C, B, E 在同一条直线上； ②过点 E 作 $GH \perp CE$，并沿 EH 方向前进到点 F，用皮尺测得 EF 的长为 4 米； ③在点 F 处用测角仪测得 $\angle CFG = 60.3^\circ$，$\angle BFG = 45^\circ$，$\angle AFG = 21.8^\circ$； ④用计算器计算得：$\sin 60.3^\circ \approx 0.87$，$\cos 60.3^\circ \approx 0.50$，$\tan 60.3^\circ \approx 1.75$，$\sin 21.8^\circ \approx 0.37$，$\cos 21.8^\circ \approx 0.93$，$\tan 21.8^\circ \approx 0.40$.

请根据表格中提供的信息，解决下列问题（结果保留整数）：

- (1) 求线段 CE 和 BC 的长度；
- (2) 求底座的底面 $ABCD$ 的面积.

25. (10 分) 已知二次函数 $y = -x^2 + c$ 的图象经过点 $A(-2, 5)$ ，点 $P(x_1, y_1)$ ， $Q(x_2, y_2)$ 是此二次函数的图象上的两个动点.

- (1) 求此二次函数的表达式；
- (2) 如图 1，此二次函数的图象与 x 轴的正半轴交于点 B ，点 P 在直线 AB 的上方，过点 P 作 $PC \perp x$

轴于点 C ，交 AB 于点 D ，连接 AC, DQ, PQ . 若 $x_2 = x_1 + 3$ ，求证： $\frac{S_{\triangle PDQ}}{S_{\triangle ADC}}$ 的值为定值；

- (3) 如图 2，点 P 在第二象限， $x_2 = -2x_1$ ，若点 M 在直线 PQ 上，且横坐标为 $x_1 - 1$ ，过点 M 作 MN

⊥x 轴于点 N, 求线段 MN 长度的最大值.

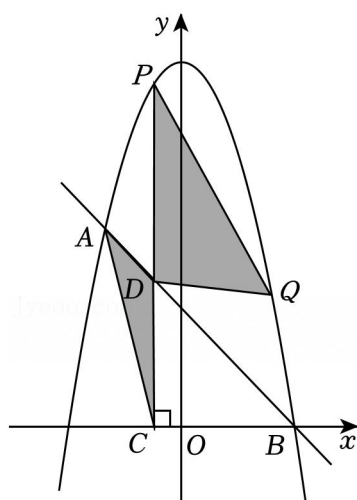


图1

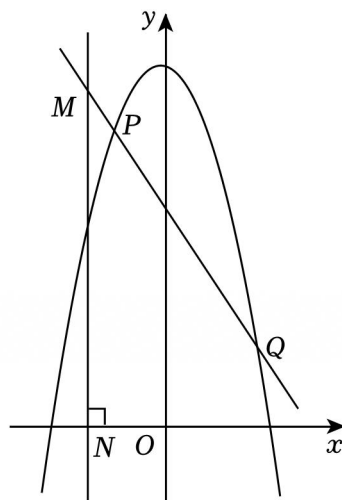


图2

26. (10 分) 【问题背景】

已知点 A 是半径为 r 的 $\odot O$ 上的定点, 连接 OA , 将线段 OA 绕点 O 按逆时针方向旋转 α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$) 得到 OE , 连接 AE , 过点 A 作 $\odot O$ 的切线 l , 在直线 l 上取点 C, 使得 $\angle CAE$ 为锐角.

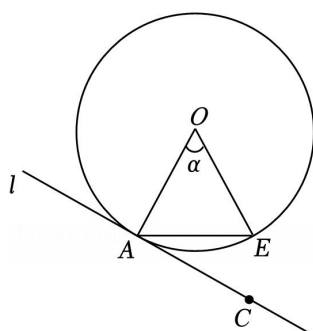


图1

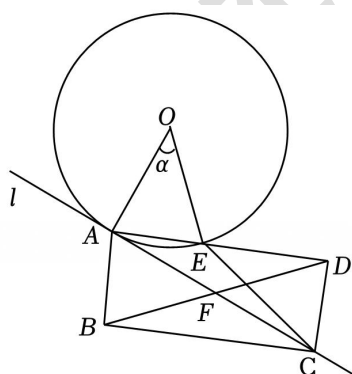


图2

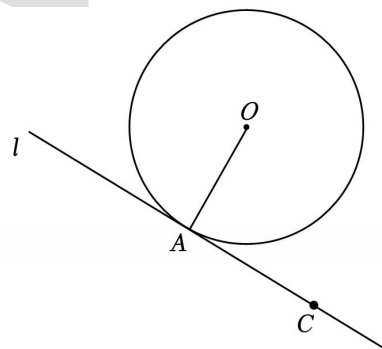


图3

【初步感知】

(1) 如图 1, 当 $\alpha = 60^\circ$ 时, $\angle CAE =$ _____ $^\circ$;

【问题探究】

(2) 以线段 AC 为对角线作矩形 $ABCD$, 使得边 AD 过点 E , 连接 CE , 对角线 AC, BD 相交于点 F .

①如图 2, 当 $AC = 2r$ 时, 求证: 无论 α 在给定的范围内如何变化, $BC = CD + ED$ 总成立:

②如图 3, 当 $AC = \frac{4}{3}r$, $\frac{CE}{OE} = \frac{2}{3}$ 时, 请补全图形, 并求 $\tan \alpha$ 及 $\frac{AB}{BC}$ 的值.

2024 年湖南省中考数学试卷

参考答案与试题解析

一. 选择题（共 10 小题）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	B	A	B	D	A	C	B	D	C

一、选择题：本题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. （3 分）在日常生活中，若收入 300 元记作+300 元，则支出 180 元应记作（ ）

- A. +180 元
- B. +300 元
- C. - 180 元
- D. - 480 元

【分析】在一对具有相反意义的量中，先规定其中一个为正，则另一个就用负表示.

【解答】解：“正”和“负”相对，所以，若收入 300 元记作+300 元，则支出 180 元应记作 - 180 元.

故选：C.

【点评】此题主要考查了正负数的意义，解题关键是理解“正”和“负”的相对性，明确什么是一对具有相反意义的量.

2. （3 分）据《光明日报》2024 年 3 月 14 日报道：截至 2023 年末，我国境内有效发明专利量达到 401.5 万件，高价值发明专利占比超过四成，成为世界上首个境内有效发明专利数量突破 400 万件的国家. 将 4015000 用科学记数法表示应为（ ）

- A. 0.4015×10^7
- B. 4.015×10^6
- C. 40.15×10^5
- D. 4.015×10^7

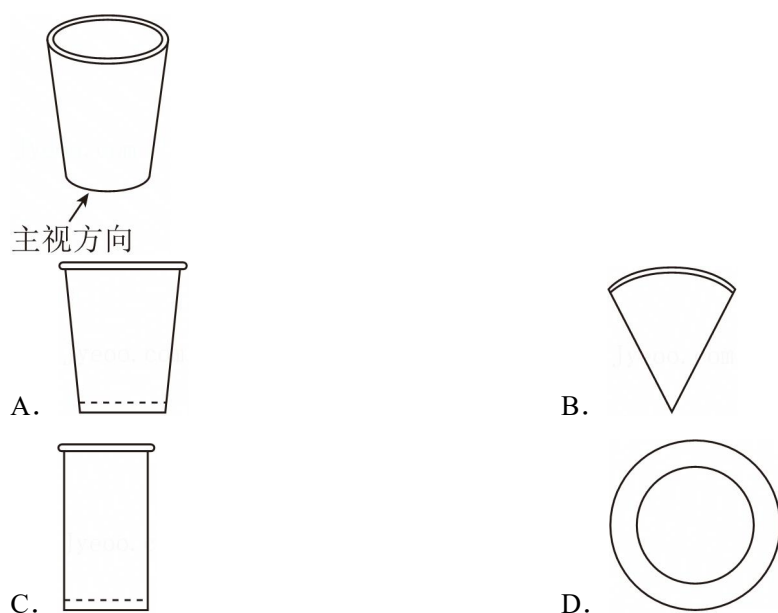
【分析】把一个大于 10 的数表示成 $a\times10^n$ 的形式（ a 大于或等于 1 且小于 10， n 是正整数）； n 的值为小数点向左移动的位数. 根据科学记数法的定义，即可得到答案.

【解答】解： $4015000=4.015\times10^6$.

故选：B.

【点评】本题考查了科学记数法—表示较大的数，掌握把一个大于 10 的数表示成 $a\times10^n$ 的形式（ a 大于或等于 1 且小于 10， n 是正整数）是关键.

3. （3 分）如图，该纸杯的主视图是（ ）



【分析】根据从正面看得到的图形是主视图，可得答案．

【解答】解：从正面看，可得选项 A 的图形．

故选：A．

【点评】本题考查了简单组合体的三视图．解题的关键是理解简单组合体的三视图的定义，明确从正面看得到的图形是主视图．

4. (3 分) 下列计算正确的是 ()

A. $3a^2 - 2a^2 = 1$

B. $a^3 \div a^2 = a \ (a \neq 0)$

C. $a^2 \cdot a^3 = a^6$

D. $(2a)^3 = 6a^3$

【分析】分别根据合并同类项的法则，同底数幂的乘法与除法法则，幂的乘方与积的乘方法则对各选项进行逐一判断即可．

【解答】解：A、 $3a^2 - 2a^2 = a^2$ ，原计算错误，不符合题意；

B、 $a^3 \div a^2 = a \ (a \neq 0)$ ，正确，符合题意；

C、 $a^2 \cdot a^3 = a^5$ ，原计算错误，不符合题意；

D、 $(2a)^3 = 8a^3$ ，原计算错误，不符合题意．

故选：B．

【点评】本题考查的是合并同类项，同底数幂的乘法与除法，幂的乘方与积的乘方，熟知以上运算法则是解题的关键．

5. (3 分) 计算 $\sqrt{2} \times \sqrt{7}$ 的结果是 ()

A. $2\sqrt{7}$

B. $7\sqrt{2}$

C. 14

D. $\sqrt{14}$

【分析】根据二次根式的乘法法则进行计算即可.

【解答】解: $\sqrt{2} \times \sqrt{7} = \sqrt{14}$.

故选: D.

【点评】本题考查的是二次根式的乘法, 熟知二次根式的乘法法则是解题的关键.

6. (3 分) 下列命题中, 正确的是 ()

A. 两点之间, 线段最短

B. 菱形的对角线相等

C. 正五边形的外角和为 720°

D. 直角三角形是轴对称图形

【分析】根据两点之间, 线段最短、菱形的性质、正多边形的外角和、轴对称图形的概念判断即可.

【解答】解: A、两点之间, 线段最短, 命题正确, 符合题意;

B、菱形的对角线互相垂直, 但不一定相等, 故本选项命题错误, 不符合题意;

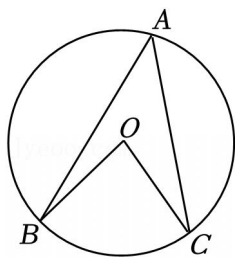
C、正五边形的外角和为 360° , 故本选项命题错误, 不符合题意;

D、直角三角形不一定是轴对称图形, 故本选项命题错误, 不符合题意;

故选: A.

【点评】本题考查的是命题与定理, 正确的命题叫真命题, 错误的命题叫做假命题. 判断命题的真假关键是要熟悉课本中的性质定理.

7. (3 分) 如图, AB, AC 为 $\odot O$ 的两条弦, 连接 OB, OC , 若 $\angle A = 45^\circ$, 则 $\angle BOC$ 的度数为 ()



A. 60°

B. 75°

C. 90°

D. 135°

【分析】根据圆周角定理即可解决问题.

【解答】解: $\because \widehat{BC} = \widehat{BC}$,

$$\therefore \angle A = \frac{1}{2} \angle BOC.$$

又 $\because \angle A = 45^\circ$,

$$\therefore \angle BOC = 2 \times 45^\circ = 90^\circ.$$

故选：C.

【点评】本题主要考查了圆周角定理及圆心角、弧、弦的关系，熟知圆周角定理是解题的关键.

8. (3 分) 某班的 5 名同学 1 分钟跳绳的成绩 (单位: 次) 分别为: 179, 130, 192, 158, 141. 这组数据的中位数是 ()

A. 130 B. 158 C. 160 D. 192

【分析】先将上述数据按照从小到大的顺序排列, 根据中位数的定义可知: 第 3 位的数据是中位数.

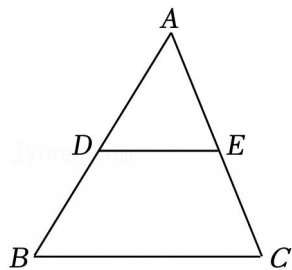
【解答】解: 先将上述数据按照从小到大的顺序排列: 130, 141, 158, 179, 192,

∴ 这组数据的中位数是 158,

故选: B.

【点评】本题考查的是中位数, 熟练掌握中位数的相关定义和计算方法是解题的关键.

9. (3 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D, E 分别为边 AB, AC 的中点. 下列结论中, 错误的是 ()



A. $DE \parallel BC$ B. $\triangle ADE \sim \triangle ABC$
C. $BC = 2DE$ D. $S_{\triangle ADE} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC}$

【分析】根据题中所给条件可得出 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 相似, 再根据相似三角形的性质即可解决问题.

【解答】解: ∵ 点 D, E 分别为边 AB, AC 的中点,

∴ DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线,

∴ $DE \parallel BC, BC = 2DE$.

故 A、C 选项不符合题意.

∵ $DE \parallel BC$,

∴ $\triangle ADE \sim \triangle ABC$.

故 B 选项不符合题意.

∵ $\triangle ADE \sim \triangle ABC$,

$$\therefore \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{DE}{BC}\right)^2 = \frac{1}{4},$$

$$\text{则 } S_{\triangle ADE} = \frac{1}{4} S_{\triangle ABC}.$$

故 D 选项符合题意.

故选: D .

【点评】 本题主要考查了相似三角形的判定与性质、三角形的面积及三角形中位线定理, 熟知相似三角形的判定与性质是解题的关键.

10. (3 分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 对于点 $P(x, y)$, 若 x, y 均为整数, 则称点 P 为“整点”, 特别地, 当 $\frac{y}{x}$ (其中 $xy \neq 0$) 的值为整数时, 称“整点” P 为“超整点”. 已知点 $P(2a-4, a+3)$ 在第二象限, 下列说法正确的是 ()

- A. $a < -3$
- B. 若点 P 为“整点”, 则点 P 的个数为 3 个
- C. 若点 P 为“超整点”, 则点 P 的个数为 1 个
- D. 若点 P 为“超整点”, 则点 P 到两坐标轴的距离之和大于 10

【分析】 根据点 $P(2a-4, a+3)$ 在第二象限得 $2a-4 < 0, a+3 > 0$, 解得 $-3 < a < 2$, 由此可对选项 A 进行判断; 根据“整点”定义得 $a = -2, -1, 0, 1$, 进而得当 $a = -2$ 时, 点 $P(-8, 1)$; 当 $a = -1$ 时, 点 $P(-6, 2)$; 当 $a = 0$ 时, 点 $P(-4, 3)$; 当 $a = 1$ 时, 点 $P(-2, 4)$, 由此可对选项 B 进行判断; 根据“超整点”的定义得: 当 $a = 1$ 时, 点 $P(-2, 4)$ 是“超整点”, 由此可对选项 C 进行判断; 根据当点 P 为“超整点”, 则点 P 到两坐标轴的距离之和为 6 可对选项 D 进行判断, 综上所述即可得出答案.

【解答】 解: $\because$ 点 $P(2a-4, a+3)$ 在第二象限,

$$\therefore \begin{cases} 2a-4 < 0 \\ a+3 > 0 \end{cases}, \text{解得: } -3 < a < 2,$$

故选项 A 不正确, 不符合题意;

$\because$ 点 $P(2a-4, a+3)$ 为“整点”,

$\therefore a$ 为整数,

又 $\because -3 < a < 2$,

$\therefore a = -2, -1, 0, 1$,

当 $a = -2$ 时, $2a-4 = -8, a+3 = 1$, 此时点 $P(-8, 1)$;

当 $a = -1$ 时, $2a-4 = -6, a+3 = 2$, 此时点 $P(-6, 2)$;

当 $a = 0$ 时, $2a-4 = -4, a+3 = 3$, 此时点 $P(-4, 3)$;

奥思特® | 中小学数理化班课培优 (19973719139 微信同号); 全科小课补弱 (19973778868 微信同号)

网站 www.astxx.com 公众号: 奥思特数理化

当 $a=1$ 时, $2a-4=-2$, $a+3=4$, 此时点 $P(-2, 4)$;

∴ “整点” P 的个数是 4 个,

故选项 B 不正确, 不符合题意;

根据“超整点”的定义得: 当 $a=1$ 时, 点 $P(-2, 4)$ 是“超整点”,

∴ 点 P 为“超整点”, 则点 P 的个数为 1 个,

故选项 C 正确, 符合题意;

当点 P 为“超整点”, 则点 P 到两坐标轴的距离之和为: $|-2|+|4|=6$,

故选项 D 不正确, 不符合题意.

故选: C .

【点评】 此题主要考查了点的坐标, 一元一次不等式组的应用, 理解点的坐标, “整点”及“超整点”的定义, 熟练掌握解一元一次不等式组的方法与技巧是解决问题的关键.

二、填空题: 本题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分.

11. (3 分) 计算: $-(-2024) = \underline{2024}$.

【分析】 根据相反数的概念解答即可.

【解答】 解: $-(-2024) = 2024$,

故答案为: 2024.

【点评】 本题考查的是相反数, 多重符号的化简: 与“+”个数无关, 有奇数个“-”号结果为负, 有偶数个“-”号, 结果为正.

12. (3 分) 有四枚材质、大小、背面图案完全相同的中国象棋棋子“”“”“”“”, 将它们背面朝上任意放置, 从中随机翻开一枚, 恰好翻到棋子“”的概率是 $\underline{\frac{1}{4}}$.

【分析】 直接根据概率公式解答即可.

【解答】 解: ∵ 共有四枚棋子, “”有一个,

∴ 从中随机翻开一枚, 恰好翻到棋子“”的概率是 $\frac{1}{4}$.

故答案为: $\frac{1}{4}$.

【点评】 本题考查的是概率公式, 熟记概率公式是解题的关键.

13. (3 分) 分式方程 $\frac{2}{x+1} = 1$ 的解为 $\underline{x=1}$.

【分析】观察可得最简公分母是 $(x+1)$ ，方程两边乘最简公分母，可以把分式方程转化为整式方程求解。

【解答】解：方程的两边同乘 $(x+1)$ ，得

$$2 = x + 1,$$

解得 $x = 1$ 。

检验：把 $x = 1$ 代入 $(x+1) = 2 \neq 0$ 。

∴ 原方程的解为： $x = 1$ 。

【点评】本题考查了分式方程的解法，（1）解分式方程的基本思想是“转化思想”，把分式方程转化为整式方程求解。（2）解分式方程一定要注意验根。

14. （3 分）若等腰三角形的一个底角的度数为 40° ，则它的顶角的度数为 100°。

【分析】根据等腰三角形的性质即可解决问题。

【解答】解：由题知，

∵ 等腰三角形的一个底角的度数为 40° ，

∴ 这个等腰三角形的另一个底角的度数为 40° ，

∴ 等腰三角形的顶角的度数为： $180^\circ - 2 \times 40^\circ = 100^\circ$ 。

故答案为：100。

【点评】本题主要考查了等腰三角形的性质及三角形内角和定理，熟知等腰三角形的性质是解题的关键。

15. （3 分）若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + 2k = 0$ 有两个相等的实数根，则 k 的值为 2。

【分析】利用判别式的意义得到 $\Delta = (-4)^2 - 8k = 0$ ，然后解关于 k 的方程即可。

【解答】解：∵ 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + 2k = 0$ 有两个相等的实数根，

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = 16 - 8k = 0,$$

解得： $k = 2$ 。

故答案为：2。

【点评】本题考查了一元二次方程根的判别式，掌握 $\Delta = 0$ 有两个相等的实数根是解题的关键。

16. （3 分）在一定条件下，乐器中弦振动的频率 f 与弦长 l 成反比例关系，即 $f = \frac{k}{l}$ （ k 为常数， $k \neq 0$ ）。若

某乐器的弦长 l 为 0.9 米，振动频率 f 为 200 赫兹，则 k 的值为 180。

【分析】把 $l = 0.9$ ， $f = 200$ ，代入解析式，即可求出 k 的值。

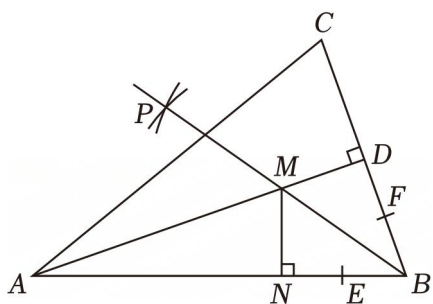
【解答】解：当 $l = 0.9$ ， $f = 200$ 时， $200 = \frac{k}{0.9}$ ，

$$\therefore k = 180.$$

故答案为：180。

【点评】本题考查了待定系数法求反比例函数解析式和反比例函数的定义，熟练掌握待定系数法求反比例函数解析式是关键。

17. (3 分) 如图，在锐角三角形 ABC 中， AD 是边 BC 上的高，在 BA ， BC 上分别截取线段 BE ， BF ，使 $BE=BF$ ；分别以点 E ， F 为圆心，大于 $\frac{1}{2}EF$ 的长为半径画弧，在 $\angle ABC$ 内，两弧交于点 P ，作射线 BP ，交 AD 于点 M ，过点 M 作 $MN \perp AB$ 于点 N 。若 $MN=2$ ， $AD=4MD$ ，则 $AM=$ 6，



【分析】由作图过程可知， BP 为 $\angle ABC$ 的平分线，结合角平分线的性质可得 $MD=MN=2$ ，则 $AD=4MD=8$ ，进而可得 $AM=AD-MD=6$ 。

【解答】解：由作图过程可知， BP 为 $\angle ABC$ 的平分线，

$\because AD$ 是边 BC 上的高，

$\therefore AD \perp BC$ ，

$\because MN \perp AB$ ，

$\therefore MD=MN=2$ 。

$\therefore AD=4MD=8$ ，

$\therefore AM=AD-MD=6$ 。

故答案为：6。

【点评】本题考查作图—基本作图、角平分线的性质，熟练掌握角平分线的性质是解答本题的关键。

18. (3 分) 如图，图 1 为《天工开物》记载的用于舂 (chōng) 捣谷物的工具——“碓 (duì)” 的结构简图，图 2 为其平面示意图。已知 $AB \perp CD$ 于点 B ， AB 与水平线 l 相交于点 O ， $OE \perp l$ 。若 $BC=4$ 分米， $OB=12$ 分米， $\angle BOE=60^\circ$ ，则点 C 到水平线 l 的距离 CF 为 $(6-2\sqrt{3})$ 分米 (结果用含根号的式子表示)。



图1

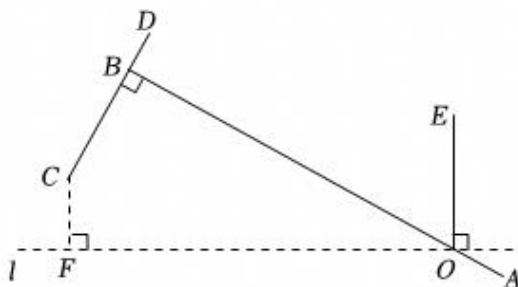


图2

【分析】延长 DC 交 l 于点 H ，连接 OC ，根据题意及解三角形确定 $BH=4\sqrt{3}$ ， $OH=8\sqrt{3}$ ，再由等面积法即可求解。

【解答】解：延长 DC 交 l 于点 H ，连接 OC ，

在 $\text{Rt}\triangle OBH$ 中， $\angle BOH=90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ ， $OB=12\text{dm}$ ，

$$\therefore BH=12 \times \tan 30^\circ = 4\sqrt{3} \text{ (dm)}, OH=8\sqrt{3} \text{ (dm)},$$

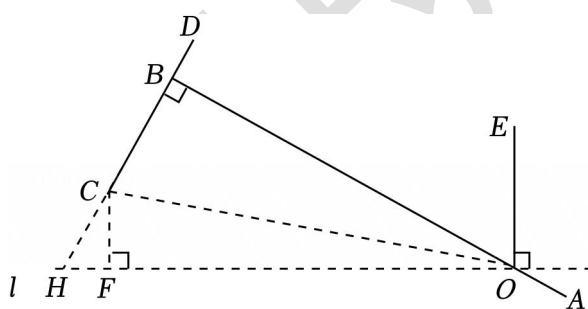
$$\because S_{\triangle OBH} = S_{\triangle OCH} + S_{\triangle OBC},$$

$$\therefore \frac{1}{2}OB \cdot BH = \frac{1}{2}OH \cdot CF + \frac{1}{2}OB \cdot BC,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 12 = \frac{1}{2} \times 8\sqrt{3} \times CF + \frac{1}{2} \times 12 \times 4,$$

$$\therefore CF = (6 - 2\sqrt{3}) \text{ (dm)},$$

故答案为： $(6 - 2\sqrt{3})$ 。



【点评】本题考查了勾股定理，解三角形及利用三角形等面积法求解，作出辅助线是解题关键。

三、解答题：本题共 8 小题，共 66 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

19. (6 分) 计算： $|-3| + (-\frac{1}{2})^0 + \cos 60^\circ - \sqrt{4}$.

【分析】根据绝对值、零指数幂、特殊角的三角函数值、算术平方根计算即可。

【解答】解：原式 $= 3 + 1 + \frac{1}{2} - 2$

奥思特® | 中小学数理化班课培优 (19973719139 微信同号); 全科小课补弱 (19973778868 微信同号)

网站 www.astxx.com 公众号：奥思特数理化

$$= \frac{5}{2}.$$

【点评】本题考查的是实数的运算，掌握绝对值、零指数幂、特殊角的三角函数值、算术平方根的概念是解题的关键.

20. (6 分) 先化简，再求值： $\frac{x^2-4}{x^2} \cdot \frac{x}{x+2} + \frac{3}{x}$ ，其中 $x=3$.

【分析】先计算分式的乘法，再计算分式的加法得到最简结果，将 x 的值代入计算即可求出值.

【解答】解：原式 $= \frac{(x+2)(x-2)}{x^2} \cdot \frac{x}{x+2} + \frac{3}{x}$

$$= \frac{x-2}{x} + \frac{3}{x}$$

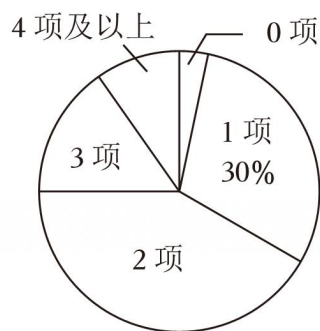
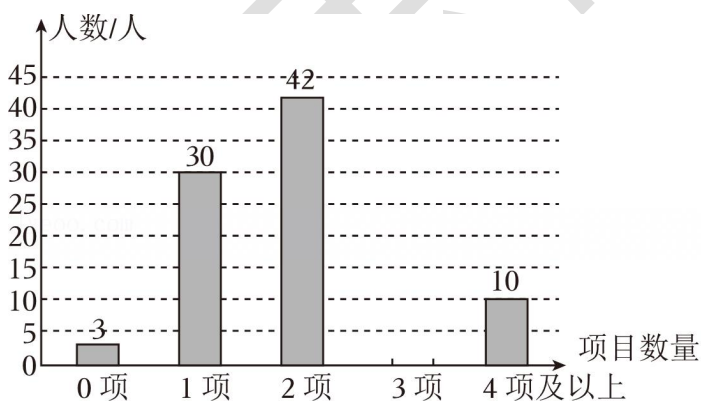
$$= \frac{x+1}{x},$$

当 $x=3$ 时，

$$\text{原式} = \frac{3+1}{3} = \frac{4}{3}.$$

【点评】此题考查了分式的化简求值，分式的加减运算关键是通分，通分的关键是找最简公分母；分式的乘除运算关键是约分，约分的关键是找公因式.

21. (8 分) 某校为了解学生五月份参与家务劳动的情况，随机抽取了部分学生进行调查. 家务劳动的项目主要包括：扫地、拖地、洗碗、洗衣、做饭和简单维修等. 学校德育处根据调查结果制作了如下两幅不完整的统计图：



请根据以上信息，解答下列问题：

(1) 本次被抽取的学生人数为 100 人；

(2) 补全条形统计图；

(3) 在扇形统计图中，“4 项及以上”部分所对应扇形的圆心角度数是 36°；

(4) 若该校有学生 1200 人，请估计该校五月份参与家务劳动的项目数量达到 3 项及以上的学生人数.

【分析】(1) 由“1 项”人数及其百分比可得总人数；

(2) 根据各项目人数之和等于总人数求出“3 项”的人数，补全图形即可；

(3) 用 360° 乘“4 项及以上”部分所占比例即可求出“4 项及以上”部分所对应扇形的圆心角度数；

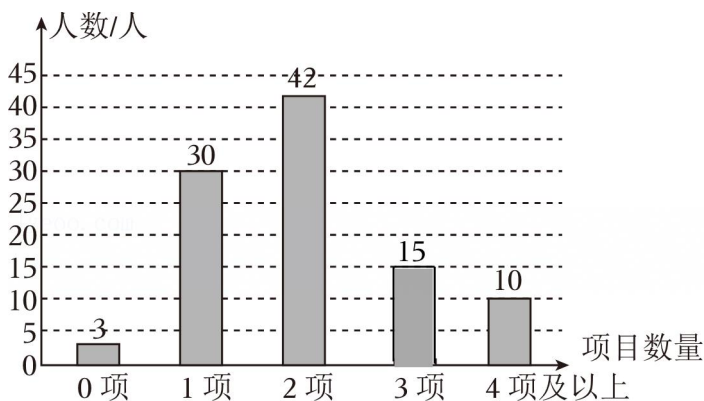
(4) 用总人数乘样本中与家务劳动的项目数量达到 3 项及以上的学生人数所占百分比即可得出答案.

【解答】解：(1) 本次被抽取的学生人数为： $30 \div 30\% = 100$ (人)，

故答案为：100；

(2) “3 项”的人数为： $100 - 3 - 30 - 42 - 10 = 15$ (人)，

补全条形统计图如下：



(3) 在扇形统计图中，“4 项及以上”部分所对应扇形的圆心角度数是 $360^\circ \times \frac{10}{100} = 36^\circ$ ，

故答案为：36；

(4) $1200 \times \frac{15+10}{100} = 300$ (人)，

答：估计该校五月份参与家务劳动的项目数量达到 3 项及以上的学生人数大约为 300 人.

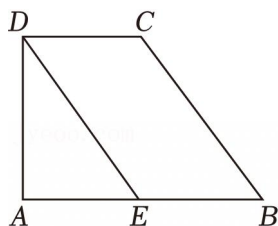
【点评】本题考查了条形统计图、扇形统计图以及用样本估计总体，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小.

22. (8 分) 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ，点 E 在边 AB 上， ①或② .

请从“① $\angle B = \angle AED$ ；② $AE = BE$ ， $AE = CD$ ”这两组条件中任选一组作为已知条件，填在横线上（填序号），再解决下列问题：

(1) 求证：四边形 $BCDE$ 为平行四边形；

(2) 若 $AD \perp AB$ ， $AD = 8$ ， $BC = 10$ ，求线段 AE 的长.



【分析】(1) 证明 $BC \parallel DE$ 或 $BE = CD$ ，再由平行四边形的判定即可得出结论；

(2) 由平行四边形的性质得 $DE = BC = 10$ ，再由勾股定理求出 AE 的长即可。

【解答】解：(1) 选择①或②，证明如下：

选择①， $\because \angle B = \angle AED$ ，

$\therefore BC \parallel DE$ ，

$\because AB \parallel CD$ ，

$\therefore$ 四边形 $BCDE$ 为平行四边形；

选择②， $\because AE = BE$ ， $AE = CD$ ，

$\therefore BE = CD$ ，

$\because AB \parallel CD$ ，

$\therefore$ 四边形 $BCDE$ 为平行四边形；

故答案为：①或②；

(2) 由(1)可知，四边形 $BCDE$ 为平行四边形，

$\therefore DE = BC = 10$ ，

$\because AD \perp AB$ ，

$\therefore \angle A = 90^\circ$ ，

$\therefore AE = \sqrt{DE^2 - AD^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$ ，

即线段 AE 的长为 6。

【点评】本题考查了平行四边形的判定与性质以及勾股定理得知识，熟练掌握平行四边形的判定与性质是解题的关键。

23. (9 分) 某村决定种植脐橙和黄金贡柚，助推村民增收致富。已知购买 1 棵脐橙树苗和 2 棵黄金贡柚树苗共需 110 元；购买 2 棵脐橙树苗和 3 棵黄金贡柚树苗共需 190 元。

(1) 求脐橙树苗和黄金贡柚树苗的单价；

(2) 该村计划购买脐橙树苗和黄金贡柚树苗共 1000 棵，总费用不超过 38000 元，问最多可以购买脐橙树苗多少棵？

【分析】（1）设脐橙树苗的单价为 x 元，黄金贡柚树苗的单价为 y 元，根据购买 1 棵脐橙树苗和 2 棵黄金贡柚树苗共需 110 元；购买 2 棵脐橙树苗和 3 棵黄金贡柚树苗共需 190 元．列出二元一次方程组，解方程组即可；

（2）设可以购买脐橙树苗 m 棵，则购买黄金贡柚树苗 $(1000 - m)$ 棵，根据总费用不超过 38000 元，列出一元一次不等式，解不等式即可．

【解答】解：（1）设脐橙树苗的单价为 x 元，黄金贡柚树苗的单价为 y 元，

由题意得：
$$\begin{cases} x+2y=110 \\ 2x+3y=190 \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} x=50 \\ y=30 \end{cases}$$

答：脐橙树苗的单价为 50 元，黄金贡柚树苗的单价为 30 元；

（2）设可以购买脐橙树苗 m 棵，则购买黄金贡柚树苗 $(1000 - m)$ 棵，

由题意得：
$$50m+30(1000 - m) \leq 38000,$$

解得：
$$m \leq 400,$$

答：最多可以购买脐橙树苗 400 棵．

【点评】本题考查了一元一次不等式的应用以及二元一次方程组的应用，解题的关键是：（1）找出数量关系，正确列出二元一次方程组；（2）找出数量关系，正确列出一元一次不等式．

24. （9 分）某数学研究性学习小组在老师的指导下，利用课余时间进行测量活动．

活动主题		测算某水池中雕塑底座的底面积
测量工具		皮尺、测角仪、计算器等
活动过程	模型抽象	某休闲广场的水池中有一雕塑，其底座的底面为矩形 $ABCD$ ，其示意图如下：
	测绘过程与数据信息	①在水池外取一点 E，使得点 C, B, E 在同一条直线上； ②过点 E 作 $GH \perp CE$，并沿 EH 方向前进到点 F，用皮尺测得 EF 的长为 4 米； ③在点 F 处用测角仪测得 $\angle CFG = 60.3^\circ$，$\angle BFG = 45^\circ$，$\angle AFG = 21.8^\circ$；

		④用计算器计算得： $\sin 60.3^\circ \approx 0.87$, $\cos 60.3^\circ \approx 0.50$, $\tan 60.3^\circ \approx 1.75$, $\sin 21.8^\circ \approx 0.37$, $\cos 21.8^\circ \approx 0.93$, $\tan 21.8^\circ \approx 0.40$.
--	--	---

请根据表格中提供的信息，解决下列问题（结果保留整数）：

(1) 求线段 CE 和 BC 的长度；

(2) 求底座的底面 $ABCD$ 的面积.

【分析】 (1) 根据题意得 $\tan \angle CFE = \tan 60.3^\circ = \frac{CE}{EF} \approx 1.75$ ，即可确定 CE 长度，再由 $\angle BFG = 45^\circ$

得出 $BE = EF = 4$ 米，即可求解；

(2) 过点 A 作 $AM \perp GH$ 于点 M ，继续利用正切函数确定 $AB = ME = 6$ 米，即可求解面积.

【解答】 解：(1) $\because GH \perp CE$, EF 的长为 4 米, $\angle CFG = 60.3^\circ$,

$$\therefore \tan \angle CFE = \tan 60.3^\circ = \frac{CE}{EF} \approx 1.75,$$

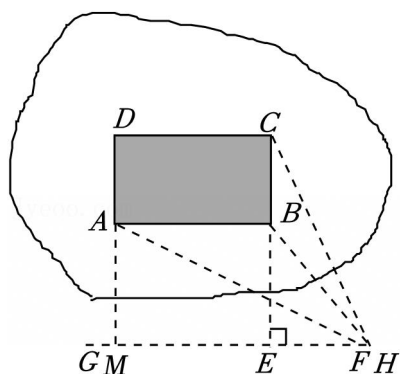
$$\therefore CE = 7 \text{ (米)};$$

$$\because \angle BFG = 45^\circ,$$

$$\therefore BE = EF = 4 \text{ 米},$$

$$\therefore CB = CE - BE = 3 \text{ (米)};$$

(2) 过点 A 作 $AM \perp GH$ 于点 M ，如图所示：



$$\because \angle AFG = 21.8^\circ,$$

$$\therefore \tan \angle AFG = \tan 21.8^\circ = \frac{AM}{MF} \approx 0.4,$$

$$\therefore AM = BE = 4 \text{ 米},$$

$$\therefore MF = 10 \text{ 米},$$

$$\therefore AB = ME = 10 - 4 = 6 \text{ 米},$$

$$\therefore \text{底座的底面 } ABCD \text{ 的面积为: } 3 \times 6 = 18 \text{ (平方米)}.$$

【点评】 本题考查了解三角形的应用，理解题意，结合图形求解是解题关键.

25. (10 分) 已知二次函数 $y = -x^2 + c$ 的图象经过点 $A(-2, 5)$, 点 $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$ 是此二次函数的图象上的两个动点.

(1) 求此二次函数的表达式;

(2) 如图 1, 此二次函数的图象与 x 轴的正半轴交于点 B , 点 P 在直线 AB 的上方, 过点 P 作 $PC \perp x$ 轴于点 C , 交 AB 于点 D , 连接 AC , DQ , PQ . 若 $x_2 = x_1 + 3$, 求证: $\frac{S_{\triangle PDQ}}{S_{\triangle ADC}}$ 的值为定值;

(3) 如图 2, 点 P 在第二象限, $x_2 = -2x_1$, 若点 M 在直线 PQ 上, 且横坐标为 $x_1 - 1$, 过点 M 作 $MN \perp x$ 轴于点 N , 求线段 MN 长度的最大值.

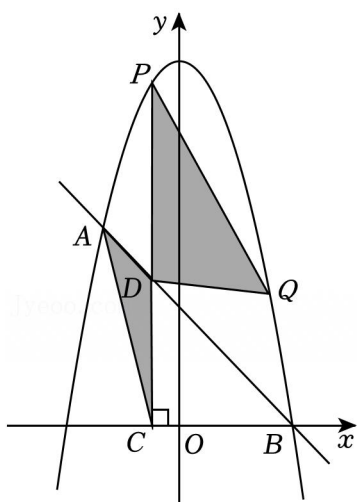


图1

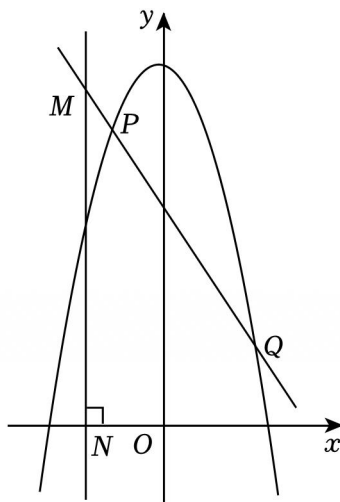


图2

【分析】(1) 将点 A 的坐标代入抛物线表达式得: $5 = -4 + c$, 即可求解;

(2) 由 $S_{\triangle PDQ} = \frac{1}{2} \times PD \times (x_Q - x_P) = \frac{1}{2} \times (-x_1^2 + 9 + x_1 - 3)(x_2 - x_1) = \frac{3}{2}(-x_1^2 + x_1 + 6)$, 同理可得: $S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2} \times CD \times (x_D - x_A) = \frac{1}{2}(-x_1^2 + x_1 + 6)$, 即可求解;

(3) 求出线 PQ 的表达式为: $y = x_1(x - x_1) - x_1^2 + 9 = x_1x - 2x_1^2 + 9$, 则 $MN = (x_1 - 1)x_1 - 2x_1^2 + 9 = -(x_1 + \frac{1}{2})^2 + \frac{37}{4} \leq \frac{37}{4}$, 即可求解.

【解答】(1) 解: 将点 A 的坐标代入抛物线表达式得: $5 = -4 + c$,
则 $c = 9$,

即抛物线的表达式为: $y = -x^2 + 9$;

(2) 证明: 令 $y = -x^2 + 9$, 则 $x = \pm 3$, 则点 $B(3, 0)$,
由点 A 、 B 的坐标得, 直线 AB 的表达式为: $y = -x + 3$,

设点 P 、 Q 、 D 的表达式分别为: $(x_1, -x_1^{2+9})$ 、 $(x_2, -x_2^{2+9})$ 、 $(x_1, -x_1+3)$,

$$\text{则 } S_{\triangle PDQ} = \frac{1}{2} \times PD \times (x_Q - x_P) = \frac{1}{2} \times (-x_1^{2+9} + x_1 - 3) (x_2 - x_1) = \frac{3}{2} (-x_1^{2+x_1+6}),$$

$$\text{同理可得: } S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2} \times CD \times (x_D - x_A) = \frac{1}{2} (-x_1^{2+x_1+6}),$$

$$\text{则 } \frac{S_{\triangle PDQ}}{S_{\triangle ADC}} = 3 \text{ 为定值;}$$

(3) 解: 点 P 、 Q 的坐标分别为: $(x_1, -x_1^{2+9})$ 、 $(-2x_1, -4x_1^{2+9})$,

由点 P 、 Q 的坐标得, 直线 PQ 的表达式为: $y = x_1(x - x_1) - x_1^{2+9} = xx_1 - 2x_1^{2+9}$,

$$\text{则 } MN = y_M = (x_1 - 1)x_1 - 2x_1^{2+9} = -(x_1 + \frac{1}{2})^2 + \frac{37}{4} \leq \frac{37}{4},$$

故 MN 的最大值为: $\frac{37}{4}$.

【点评】 本题考查的是二次函数综合运用, 涉及到面积的计算、二次函数的图象和性质, 理解题意和熟悉函数的性质是解题的关键.

26. (10 分) 【问题背景】

已知点 A 是半径为 r 的 $\odot O$ 上的定点, 连接 OA , 将线段 OA 绕点 O 按逆时针方向旋转 α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$) 得到 OE , 连接 AE , 过点 A 作 $\odot O$ 的切线 l , 在直线 l 上取点 C , 使得 $\angle CAE$ 为锐角.

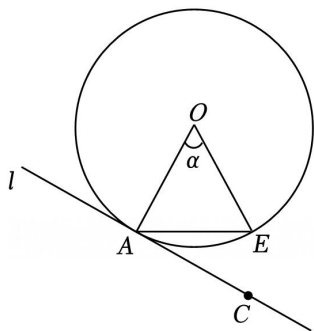


图1

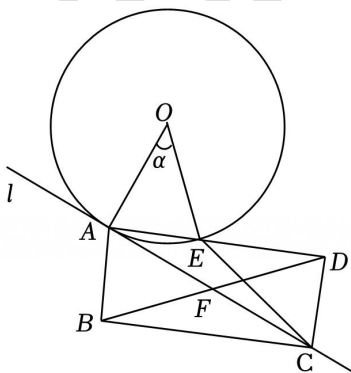


图2

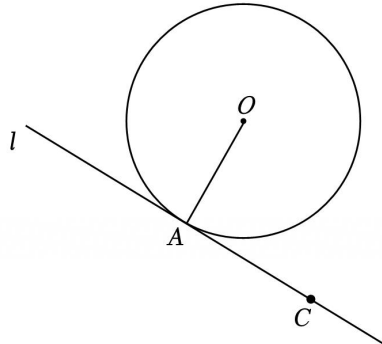


图3

【初步感知】

(1) 如图 1, 当 $\alpha = 60^\circ$ 时, $\angle CAE = \underline{30}^\circ$;

【问题探究】

(2) 以线段 AC 为对角线作矩形 $ABCD$, 使得边 AD 过点 E , 连接 CE , 对角线 AC , BD 相交于点 F .

① 如图 2, 当 $AC = 2r$ 时, 求证: 无论 α 在给定的范围内如何变化, $BC = CD + ED$ 总成立:

②如图 3，当 $AC = \frac{4}{3}r$ ， $\frac{CE}{OE} = \frac{2}{3}$ 时，请补全图形，并求 $\tan\alpha$ 及 $\frac{AB}{BC}$ 的值.

【分析】(1) 根据等腰 $\triangle AOE$ 的角度和切线的性质即可求出 $\angle CAE = 30^\circ$ ；

(2) 因为 $AD = BC$ ，且 $AD = AE + ED$ ，要证 $BC = CD + ED$ ，实际要证 $CD = AE$ ，根据我们证线段相等的思路：①同一个三角形证等腰②不同三角形证全等，可证 $\triangle OAE \cong \triangle FCD$ 即可；

(3) 由 $AC = \frac{4}{3}r$ 得 $\tan\alpha = \frac{AC}{OA} = \frac{4}{3}$ ，再作 $OH \perp AE$ ，证 $\triangle OEH \sim \triangle CED$ 得到 $\frac{EH}{ED} = \frac{OE}{CE} = \frac{3}{2}$ ，通过设边长，再利用勾股定理表示 CD^2 建立勾股方程即可找到线段之间的关系.

【解答】(1) 解： $\because \alpha = 60^\circ$ ， $OA = OE$ ，

$$\therefore \angle OAE = \angle OEA = \alpha = 60^\circ,$$

$\because AC$ 与圆相切，

$$\therefore \angle OAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAE = 30^\circ.$$

故答案为：30.

(2) 证明： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形， $AC = 2r$ ，

$$\therefore OA = OE = CF = DF = r,$$

$$\therefore \angle OAC = \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle OAE + \angle CAD = \angle ACD + \angle CAD,$$

$$\therefore \angle OAE = \angle ACD,$$

$$\because OA = OE, CF = DF,$$

$$\therefore \angle OAE = \angle OEA = \angle ACD = \angle CDF,$$

在 $\triangle OAE$ 和 $\triangle FCD$ 中，

$$\begin{cases} \angle OEA = \angle FDC \\ \angle OAE = \angle FCD, \\ OA = CF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle OAE \cong \triangle FCD (AAS),$$

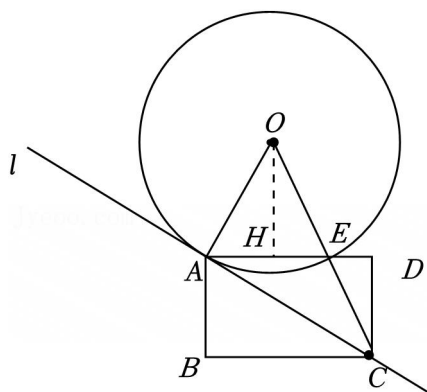
$$\therefore AE = CD,$$

$$\therefore AD = AE + ED,$$

$$\therefore BC = CD + ED.$$

即无论 α 在给定的范围内如何变化， $BC = CD + ED$ 总成立.

(3) 解：补全图形如图，



∵ AC 是切线,

∴ $\angle OAC = 90^\circ$,

∴ $AC = \frac{4}{3}r$,

∴ $\tan \angle AOC = \frac{AC}{OA} = \frac{4}{3}$,

设 $OA = 3m$, 则 $AC = \frac{4}{3}r = 4m$, $OC = 5m$,

∴ $\frac{CE}{OE} = \frac{2}{3}$, $OE = OA = 3m$,

∴ $CE = 2m$, $OE + CE = 5m = OC$,

即点 E 在线段 OC 上,

∴ $\tan \alpha = \tan \angle AOC = \frac{4}{3}$.

法一: 如图, 过 O 作 $OH \perp AE$, 垂足为 H, 则 $AH = EH$,

∴ $\angle OHE = 90^\circ = \angle D$, $\angle OEH = \angle CED$,

∴ $\triangle OEH \sim \triangle CED$,

∴ $\frac{EH}{ED} = \frac{OE}{CE} = \frac{3}{2}$,

设 $EH = AH = 3a$, 则 $DE = 2a$,

∴ $AD = AH + EH + ED = 8a$,

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, $CD^2 = AC^2 - AD^2 = 16m^2 - 64a^2$,

在 $\text{Rt}\triangle CED$ 中, $CD^2 = CE^2 - ED^2 = 4m^2 - 4a^2$,

∴ $16m^2 - 64a^2 = 4m^2 - 4a^2$, 解得 $a = \frac{\sqrt{5}}{5}m$,

∴ $BC = AD = \frac{8\sqrt{5}}{5}m$, $CD = \sqrt{CE^2 - DE^2} = \frac{4\sqrt{5}}{5}m = AB$,

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{\frac{4\sqrt{5}}{5}m}{\frac{8\sqrt{5}}{5}m} = \frac{1}{2}.$$

法二：由 $OH \parallel CD$ ，得 $\angle DCE = \angle HOE = \angle CAD$ ，证 $\triangle CAD \sim \triangle ECD$ ，

直接得到 $\frac{CD}{AD} = \frac{CE}{AC} = \frac{2m}{4m} = \frac{1}{2}$ ，

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{1}{2}.$$

【点评】 本题主要考查了圆的综合题以及切线的性质、锐角三角函数、相似的判定和性质，熟练掌握相关知识点是解题关键。