2025年12月九年级上学期质量抽检

数　学

班级：__________ 姓名：__________ 准考证号：__________

（本试卷共6页，26题，考试用时120分钟，全卷满分120分）

注意事项：

1. 答题前，先将自己的班级、姓名、准考证号写在试题卷和答题卡上，并将准考证条形码粘贴在答题卡上的指定位置。

2. 选择题的作答：每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上相应题目的答案标号涂黑。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

3. 非选择题的作答：用签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内，写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

4. 考试结束后，将答题卡上交。

一、选择题：本题共10小题，每小题3分，共30分．在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求．

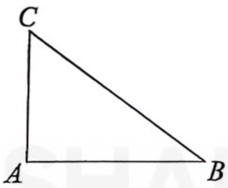
1．若 $\sqrt{2\,026-x}$ 在实数范围内有意义，则 x 可取的值是

A．2 026　　B．2 027　　C．2 028　　D．2 029

2．如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AC=3$，$AB=4$，$BC=5$，那么 $\tan B$ 的值是

A．$\frac{3}{5}$　　B．$\frac{3}{4}$

C．$\frac{4}{5}$　　D．$\frac{4}{3}$



3．若反比例函数 $y=\frac{m-2\,025}{x}$ 的图象位于一、三象限，则 m 的取值范围是

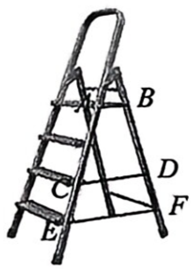
A．$m>2\,025$　　B．$m\geq 2\,025$　　C．$m<2\,025$　　D．$m\leq 2\,025$

4．用配方法解方程 $x^2-8x-2=0$，配方后的方程 $(x-m)^2=a$，则 $a=$

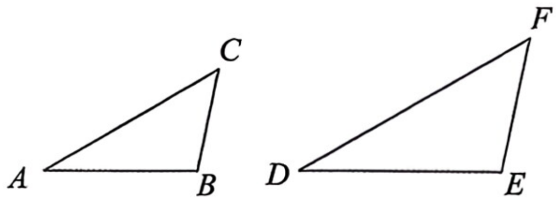
A．10　　B．14　　C．16　　D．18

5．如图，AE，BF 是人字梯的两条支撑腿，梯子中间的横档 AB，CD，EF 互相平行．已知 $AC=50\text{ cm}$，$AE=75\text{ cm}$，$DF=20\text{ cm}$，那么 BD 的长为

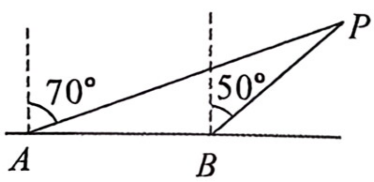
A．50 cm　　B．30 cm　　C．60 cm　　D．40 cm



第5题图



第6题图



第8题图

6．如图，已知$\angle A=\angle D$，下列条件不能判定$\triangle ABC\sim\triangle DEF$的是

A．$\angle B=\angle E$　　B．$\frac{AC}{DF}=\frac{AB}{DE}$　　C．$\frac{BC}{EF}=\frac{AC}{DF}$　　D．$\angle C=\angle F$

7．下列命题是真命题的是

A．若两个相似三角形对应中线的比是1∶3，则它们的面积比是1∶9

B．对于反比例函数$y=-\frac{3}{x}$，函数值y随x的增大而增大

C．二次函数$y=(x+1)^2+2$的顶点坐标是$(1,2)$

D．$\sqrt{8}$是最简二次根式

8．如图，在一条笔直的海岸线（东西方向）的北边有一座灯塔P．小华在海岸线上的点A测得灯塔P在北偏东70°的方向上；小华继续沿着正东方向走了a海里到达点B处，此时测得灯塔P在北偏东50°的方向上．那么灯塔P到海岸线的距离为

A．$a\tan 50°$海里　　B．$\frac{a}{\sin 40°}$海里

C．$a\sin 40°$海里　　D．$\frac{a}{\tan 50°}$海里

9．在第十五届全运会女子10米跳台跳水比赛中，某运动员在完成某一跳后，其运动轨迹成抛物线状，重心相对于水面的竖直高度h（单位：m）与时间t（单位：s）之间的关系如下表所示：

t/s	0	0.3	0.6	0.9	1.5	1.8	…
h/m	10	10.75	11.25	11.55	11.55	11.25	…

下列结论正确的是

A．运动员的重心相对水面的最大高度是11.55 m

B．运动轨迹路线的对称轴是直线$t=1.2$

C．运动员的重心相对水面的高度是10.75 m时，时间为0.3 s

D．当$t=2.4$ s时，运动员入水

10．如果二次函数$y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$的系数a，b，c满足$a-b+c=0$，那么我们把这种函数称为“潇湘”函数，对于“潇湘”函数，下列说法中正确的个数有

①该“潇湘”函数必过定点$(-1,0)$；

②若y关于x的函数$y=x^2+2ax-3a^2$是“潇湘”函数，则$a=-1$；

③若该“潇湘”函数的图象与x轴有且只有一个交点时，则$a=c$；

④若该“潇湘”函数的图象与x轴的两个交点坐标为$(x_1,0)$，$(x_2,0)$，则$x_1+x_2+1=-x_1x_2$；

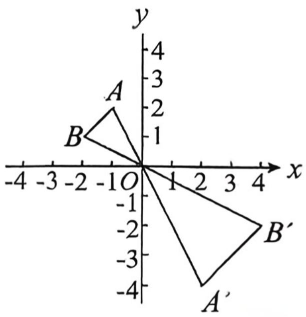
A．1个　　B．2个　　C．3个　　D．4个

二、填空题：本题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分.

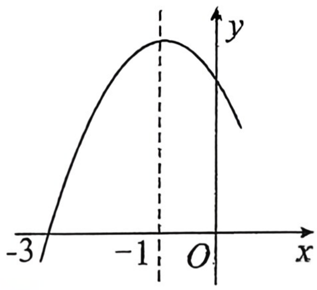
11．一元二次方程 $x^2-3x=0$ 的解为________.

12．化简 $\sqrt{25}\times\sqrt{\dfrac{1}{9}}$ 的结果为________.

13．如图，在平面直角坐标系中，以原点 O 为位似中心，将 $\triangle ABO$ 扩大到原来的 2 倍，得到 $\triangle A'B'O$．若点 A' 的坐标是 $(2,-4)$，则点 A 的坐标是________.



第 13 题图



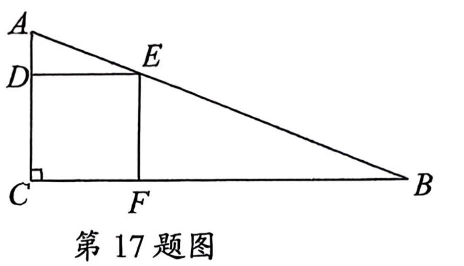
第 16 题图

14．已知 $-2<x<4$，化简：$\sqrt{(x+2)^2}+\sqrt{(x-4)^2}=$________.

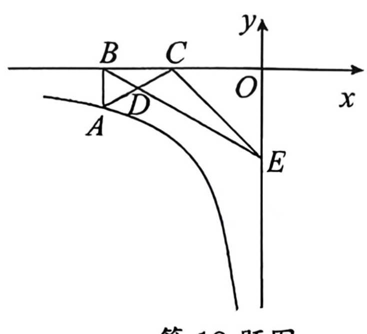
15．若关于 x 的一元二次方程 $x^2-2x+k=0$ 有两个相等的实数根，则代数 k 的值为________.

16．如图，是二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的部分图象，由图象可知不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集是________.

17．《九章算术》中记载“今有勾 6 步，股 14 步，问勾中容方几何？”（注：“勾”“股”为直角三角形的两条直角边）。如图，$\text{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，$AC=6$，$BC=14$，内接正方形 $CDEF$（D 在 AC 上，E 在 AB 上，F 在 BC 上），则正方形的边长为________.



第 17 题图



第 18 题图

18．如图，点 A 在反比例函数 $y=\dfrac{12}{x}$ 的图象上，作 $\text{Rt}\triangle ABC$，边 BC 在 x 轴上，点 D 为斜边 AC 的中点，直线 BD 交 y 轴于点 E，则 $\triangle BCE$ 的面积为________.

三、解答题：本题共 8 小题，共 66 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

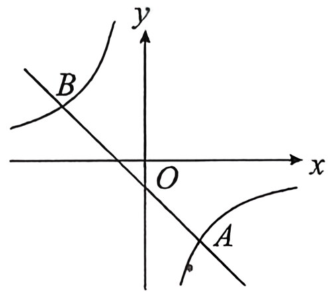
19．（6 分）计算：$6\tan 30°+\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-1}-\sqrt{12}-(\pi-2\,025)^{0}$．

20．（6 分）已知 m，n 是关于 x 的一元二次方程 $x^2+bx+2=0$ 的两个不同的解，其中 $m=\sqrt{3}+1$，请求出 b 和 n 的值．

21．（8 分）如图，在平面直角坐标系中，一次函数 $y=kx+b$ 的图象与反比例函数 $y=\dfrac{m}{x}$ 的图象交于 $A(2,-3)$，$B(-3,n)$ 两点．

（1）求反比例函数的表达式；

（2）请直接写出关于 x 的不等式 $kx+b>\dfrac{m}{x}$ 的解集．



22．（8 分）2025 年湖南省足球联赛正在火热进行，球迷们都穿着主队球服应援球队.商家销售某主队球服，每件进价为 60 元，销售价为 100 元时，每天可售出 40 件；经市场调查发现若每件降价 1 元，每天可多售出 2 件．

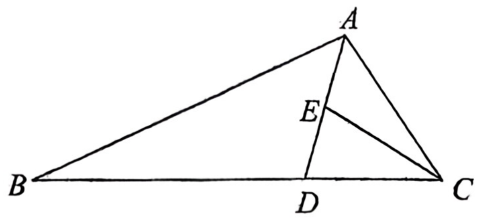
（1）在让利于顾客的情况下，每件球服降价多少元时，商家每天能盈利 1 750 元？

（2）当每件球服降价多少元时，商家每天盈利最大？并求出盈利最大值．

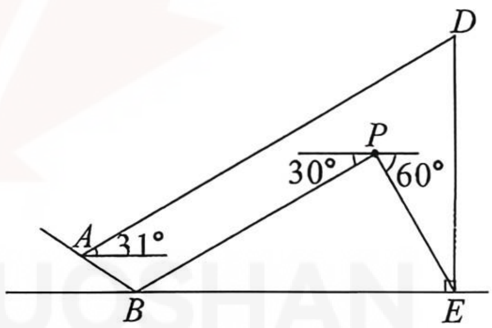
23．（9 分）如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle BAC$ 的平分线交 CB 于点 D，点 E 为线段 AD 的中点，$AC=5$，$AB=10$．

（1）求证：$\triangle AEC\sim\triangle ADB$；

（2）若 $AD=4$，求 $\triangle ADC$ 的面积．



24.（9 分）某校九年级数学活动小组开展了“古塔高度的测量”项目式学习，形成了如下报告.

活动背景	文峰塔（俗称镇龙塔）坐落于湖南省境内，承载着深厚的历史文化底蕴与科学实践价值，其精湛的建造技艺与独特的风水文化象征（如“青云得路”“文光射斗”等门额题刻）体现了古人对自然与人文和谐统一的追求.
活动主题	测算文峰塔的高度
测量工具	无人机，测角仪，计算器等
测量数据	1. 小山坡 AB 的坡比为 $i=1:2$； 2. 从点 B 到点 A 上升的高度为 3 米； 3. A 处测得塔顶 D 的仰角为 $31°$； 4. 无人机从地面沿竖直方向飞行 15 m 到达点 P 处； 5. 在 P 处测得塔角 E 的俯角为 $60°$，测得坡底 B 处的俯角为 $30°$.（点 B，E 在同一水平线上）
测量示意图	 
任务 1	（1）求 BE 的距离；（结果精确到 1 米）
任务 2	（2）求文峰塔 DE 的高度.（结果精确到 0.1 米）
参考数据	$\sin 31° \approx 0.52$，$\cos 31° \approx 0.86$，$\tan 31° \approx 0.6$， $\sqrt{2} \approx 1.414$，$\sqrt{3} \approx 1.732$

25.（10 分）如图 1，点 P 为 $\angle MON$ 的角平分线上一点，以 P 为顶点的角的两边分别与射线 OM, ON 交于 A, B 两点，如果 $\angle APB$ 绕点 P 旋转时始终满足 $OA \cdot OB = OP^2$，我们就把 $\angle APB$ 叫做 $\angle MON$ 的互智角.

（1）若 $\angle MON = 60^\circ$，$\angle APB$ 是 $\angle MON$ 的互智角，求 $\angle APB$ 的度数；

（2）若 $\angle MON = \alpha$（$0^\circ < \alpha < 90^\circ$），$OP = \sqrt{2}$，$\angle APB$ 是 $\angle MON$ 的互智角，连接 AB，用含 α 的式子分别表示 $\angle APB$ 的度数和 $\triangle AOB$ 的面积；

（3）如图 2，C 是函数 $y = \dfrac{2}{x}(x > 0)$ 图象上的一个动点，过点 C 的直线分别交 x 轴和 y 轴于 A，B 两点，且满足 $BC = CA$，请求出 $\angle AOB$ 的互智角 $\angle APB$ 的顶点 P 的坐标.

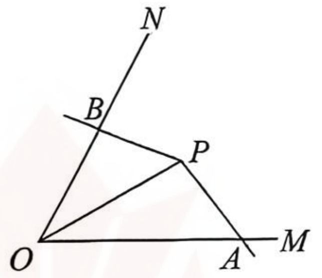


图 1

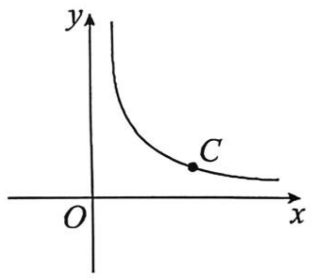


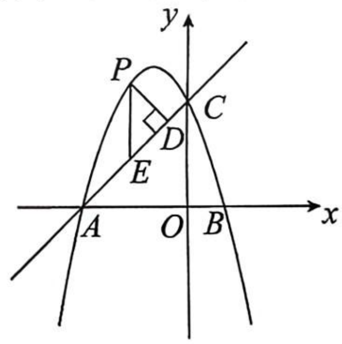
图 2

26.（10 分）如图，抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于点 $A(-3,0)$，点 B，与 y 轴交于点 $C(0,3)$.

（1）求抛物线表达式；

（2）点 P 为直线 AC 上方抛物线上一动点，过点 P 作 $PD \perp AC$ 于点 D，过点 P 作 $PE /\!/ y$ 轴交直线 AC 于点 E，求 $\triangle PDE$ 的周长最大值及此时点 P 的坐标；

（3）设 $M(x_1, y_1)$，$N(x_1 + t, y_2)$（$t > 0$）为抛物线上两点，在 $x_1 \le x \le x_1 + t$ 中 y 的最大值为 m，最小值为 n. 若存在某个 x_1，使得 $m - n \le 4$，请求出 t 的取值范围.



2025 年 12 月九年级上学期质量抽检

数学参考答案

一、选择题：本题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1.【答案】A

【解析】$\because 2026-x\ge 0$，$\therefore x\le 2026$．故选：A.

2.【答案】B

【解析】$\because AC=3$，$AB=4$，$BC=5$，$\therefore \angle A=90°$，$\therefore \tan B=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{3}{4}$．故选：B.

3.【答案】A

【解析】$\because$该反比例函数图象位于一、三象限，$\therefore m-2025>0$，$\therefore m>2025$．故选：A.

4.【答案】D

【解析】$\because x^2-8x-2=0$，$\therefore x^2-8x+16-16-2=0$，$\therefore (x-4)^2=18$．故选：D.

5.【答案】D

【解析】$\because AC=50\text{ cm}$，$AE=75\text{ cm}$，$\therefore CE=25\text{ cm}$，$\because AB//CD//EF$，

$\therefore \dfrac{AC}{CE}=\dfrac{BD}{DF}$，即$\dfrac{50}{25}=\dfrac{BD}{20}$，$\therefore BD=40\text{ cm}$．故选：D.

6.【答案】C

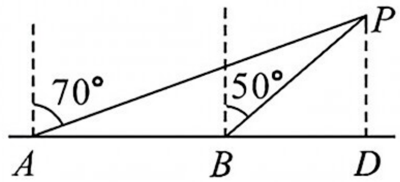
【解析】A，D 选项符合“两组对应角分别相等，则这两个三角形相似”判定定理；B 选项符合“两边对应成比例且夹角相等的两个三角形相似”判定定理；故选：C.

7.【答案】A

【解析】对于 A 选项：对应中线的比等于相似比，对应面积的比为相似比的平方，故 A 是真命题；对于 B 选项：该反比例函数在同一个象限内，函数值 y 随 x 的增大而增大，故 B 是假命题；对于 C 选项：该二次函数顶点坐标为 $(-1,2)$，故 C 是假命题；对于 D 选项：$\sqrt{8}=2\sqrt{2}$，不是最简二次根式，故 D 是假命题；故选：A.

8.【答案】C

【解析】如图，过点 P 作 $PD\perp AB$ 于点 D，$\therefore \angle PBC=40°$，$\angle PAB=20°$，$\therefore \angle P=20°$，$\therefore AB=PB=a$ 海里，$\therefore PD=PB\cdot\sin 40°=a\sin 40°$ 海里．故选：C.



9.【答案】B

【解析】该抛物线过$(0.9,11.55)$，$(1.5,11.55)$，则对称轴为$t=\dfrac{0.9+1.5}{2}=1.2$，最大值为$t=1.2$时对应的h值，故A错误，B正确；运动员的重心相对水面的高度是10.75 m时，时间为0.3 s或者2.1 s，故C错误；当$t=2.4$ s时，运动员重心相对于水面的竖直高度为10 m，故D错误；因此答案为B.

10.【答案】C

【解析】①：由于满足$a-b+c=0$，因此该"潇湘"函数必过定点$(-1,0)$，说法正确，符合题意；②：由①可知，若y关于x的函数$y=x^2+2ax-3a^2$是"潇湘"函数，则必过定点$(-1,0)$，代入得：$1-2a-3a^2=0$，解得$a_1=-1$，$a_2=\dfrac{1}{3}$，说法错误，不符合题意；③：若该"潇湘"函数的图象与x轴有且只有一个交点，即$\Delta=b^2-4ac=0$；由$a-b+c=0$得$b=a+c$，代入并化简得：$(a+c)^2-4ac=(a-c)^2=0$，因此$a=c$，说法正确，符合题意；④：由韦达定理得，$x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}$，$x_1x_2=\dfrac{c}{a}$，由$a-b+c=0$得$b=a+c$，代入等式左边并化简得：$x_1+x_2+1=-\dfrac{b}{a}+1=-\dfrac{a+c}{a}+1=-\dfrac{c}{a}$，而等式右边$-x_1x_2=-\dfrac{c}{a}$，因此等式左边=等式右边，说法正确，符合题意；因此有①③④正确，故选C.

二、填空题：本题共8个小题，每小题3分，共24分.

11.【答案】$x_1=3$，$x_2=0$

【解析】由$x(x-3)=0$，解得$x_1=3$，$x_2=0$.

12.【答案】$\dfrac{5}{3}$

【解析】$\sqrt{25}\times\sqrt{\dfrac{1}{9}}=\sqrt{25\times\dfrac{1}{9}}=\sqrt{\dfrac{25}{9}}=\dfrac{5}{3}$

13.【答案】$(-1,2)$

【解析】根据图形和题意可得$\triangle ABO$和$\triangle A'B'O$的位似比为-2，因为点A'的坐标是$(2,-4)$，所以$x_A=2\div(-2)=-1$，$y_A=-4\div(-2)=2$，所以A的坐标是$(-1,2)$.

14.【答案】6

【解析】因为$-2<x<4$，所以$\sqrt{(x+2)^2}+\sqrt{(x-4)^2}=x+2-(x-4)=x+2-x+4=6$.

15.【答案】1

【解析】因为一元二次方程$x^2-2x+k=0$有两个相等的实数根，所以$\Delta=b^2-4ac=(-2)^2-4\times1\times k=0$，解得$k=1$.

16.【答案】$-3<x<1$

【解析】根据二次函数的对称性可以得出于x轴的另一个交点坐标为$(1,0)$，要使$ax^2+bx+c>0$，即函数值大于0，则$-3<x<1$.

17.【答案】$\frac{21}{5}$

【解析】设正方形的边长为 x，由题意可得$\triangle AED\sim\triangle ABC$，所以$\frac{AD}{AC}=\frac{DE}{BC}$，即$\frac{6-x}{6}=\frac{x}{14}$，解得$x=\frac{21}{5}$，所以正方形的边长为$\frac{21}{5}$.

18.【答案】6

【解析】因为点D为$\mathrm{Rt}\triangle ABC$斜边AC的中点，所以$BD=DC$，所以$\angle DBC=\angle ACB$，又因为$\angle BOE=\angle ABC$，所以$\triangle EOB\sim\triangle ABC$，所以$\frac{OB}{BC}=\frac{OE}{BA}$，所以$OB\cdot BA=OE\cdot BC$，因为反比例函数$y=\frac{12}{x}$，所以$S_{\triangle ABO}=\frac{1}{2}|k|=6$，即$\frac{1}{2}OB\cdot BA=6$，所以$OB\cdot BA=OE\cdot BC=12$，所以$S_{\triangle BCE}=\frac{1}{2}\times12=6$.

三、解答题：本题共8小题，共66分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

19.【解析】解：原式$=6\times\frac{\sqrt{3}}{3}+3-2\sqrt{3}-1$

$=2\sqrt{3}+3-2\sqrt{3}-1$ 4分

（每计算对一个计1分）

$=2$ 6分

20.【解析】解：$\because mn=2$ 1分

$\therefore n=\frac{2}{\sqrt{3}+1}=\sqrt{3}-1$ 3分

$\because m+n=-b$ 4分

$\therefore b=-\left[\left(\sqrt{3}+1\right)+\left(\sqrt{3}-1\right)\right]=-2\sqrt{3}$

$\therefore b=-2\sqrt{3}$，$n=\sqrt{3}-1$. 6分

21.【解析】解：（1）$\because$一次函数$y=kx+b$的图象与反比例函数$y=\frac{m}{x}$的图象交于$A(2,-3)$，$B(-3,n)$两点.

$\therefore m=-3\times2=-6$，

$\therefore$反比例函数表达式为$y=-\frac{6}{x}$. 4分

（2）$\because A(2,-3)$，$B(-3,n)$，

则结合图象可知，不等式$kx+b>\frac{m}{x}$的解集为$x<-3$或$0<x<2$. 8分

22.【解析】解：（1）设每件球服降价 x 元，则每件的销售利润为 $(100-x-60)$ 元，每天的销售量为 $(40+2x)$ 件，

依题意，得 $(100-x-60)(40+2x)=1750$，…………………………………………2 分

整理得 $x^2-20x+75=0$，

解得 $x_1=5$，$x_2=15$.

又∵需要让利于顾客，

∴ $x=15$. ……………………………………………………………………4 分

答：每件球服降价 15 元时，能让利于顾客并且商家每天能盈利 1 750 元.

（2）令每天盈利值为 w，设每件球服降价 a 元，则

$w=(100-a-60)(40+2a)$

$=-2a^2+40a+1600$

$=-2(a-10)^2+1800$ ……………………………………………………6 分

∵ $-2<0$

∴当 $a=10$ 时，$w_{\max}=1800$

答：当每件球服降价 10 元，商家每天盈利最大，盈利最大值为 1 800 元…8 分

23.【解析】（1）证明：∵ AD 是 $\angle BAC$ 的角平分线

∴ $\angle BAD=\angle CAE$ ……………………………………………………1 分

∵ E 是 AD 中点

∴ $\dfrac{AE}{AD}=\dfrac{1}{2}$ ……………………………………………………………2 分

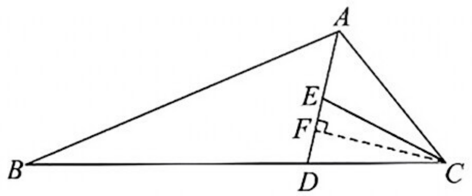
∵ $\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{5}{10}=\dfrac{1}{2}$

∴ $\dfrac{AE}{AD}=\dfrac{AC}{AB}$ ……………………………………………………………3 分

∵ $\angle BAD=\angle CAE$

∴ $\triangle AEC\sim\triangle ADB$ ……………………………………………………4 分

（2）解：过 C 作 $CF\perp AD$ 于点 F



由（1）得 $\triangle AEC\sim\triangle ADB$

∴ $\angle ADB=\angle AEC$

∴ $\angle EDC=\angle DEC$

∴ $CD=CE$ ……………………………………………………………………6 分

∵ $CF\perp AD$

∴ $DF=EF=\dfrac{1}{2}DE$

∵ $AD=4$ 且 E 为 AD 中点

∴ $DE=\dfrac{1}{2}AD=2$，

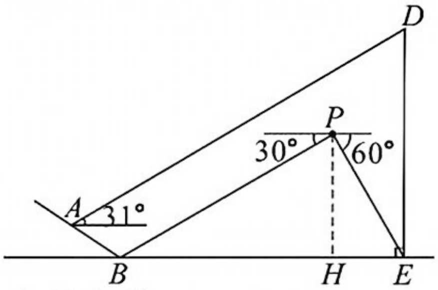
$\therefore EF=\frac{1}{2}DE=1$ .... 7 分

$\therefore AF=AE+EF=3$

$\therefore CF=\sqrt{AC^2-AF^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$ .... 8 分

$\therefore S_{\triangle ADC}=\frac{1}{2}\times AD\times CF=\frac{1}{2}\times 4\times 4=8$ .... 9 分

24.【解析】解:(1)过点 P 作 $PH\perp BE$ 于点 H，如图所示



由题意得，$\angle PBH=30°$，$\angle PEH=60°$，$PH=15$ 米

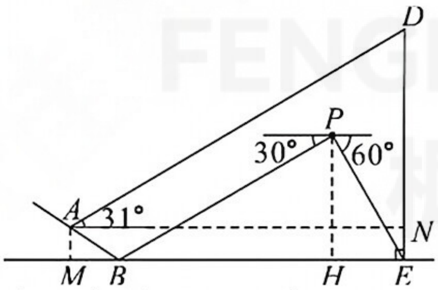
$\therefore$ 在 Rt$\triangle PBH$ 中，$BH=\frac{PH}{\tan\angle PBH}=\frac{15}{\frac{\sqrt{3}}{3}}=15\sqrt{3}$（米）.. 1 分

在 Rt$\triangle PEH$ 中，$EH=\frac{PH}{\tan\angle PEH}=\frac{15}{\sqrt{3}}=5\sqrt{3}$（米）.. 2 分

$\therefore BE=BH+EH=15\sqrt{3}+5\sqrt{3}=20\sqrt{3}\approx 35$（米）

答：BE 的距离约为 35 米. .... 4 分

（2）过点 A 作 $AM\perp BE$ 于点 M，$AN\perp DE$ 于点 N，如图所示



由题意得 $AM=3$ 米，

$\because$ 小山坡 AB 的坡比为 $i=1:2$，

$\therefore \frac{AM}{MB}=\frac{1}{2}$

$\therefore MB=2AM=6$（米）.. 5 分

$\therefore ME=MB+BE=6+35=41$（米）

$\because AM\perp BE$，$DE\perp BE$，$AN\perp DE$

$\therefore$ 四边形 $AMEN$ 为矩形

$\therefore AN=ME=41$ 米，$AM=NE=3$ 米 .... 6 分

$\therefore$ 在 Rt$\triangle AND$ 中，$DN=AN\cdot\tan 31°\approx 41\times 0.6=24.6$（米）.. 7 分

$\therefore DE = DN + NE = 24.6 + 3 = 27.6$（米）

答：文峰塔 DE 的高度约为 27.6 米. .... 9 分

25.【解析】解：（1）$\because \angle MON = 60°$，$P$ 是 $\angle MON$ 的角平分线上一点，

$\therefore \angle AOP = \angle BOP = \dfrac{1}{2}\angle MON = 30°$. .... 1 分

$\because \angle APB$ 是 $\angle MON$ 的互智角，$\therefore OA \cdot OB = OP^2$，即 $\dfrac{OA}{OP} = \dfrac{OP}{OB}$

$\therefore \triangle AOP \sim \triangle POB$，$\therefore \angle OAP = \angle OPB$，

$\because \angle AOP + \angle OAP + \angle APO = 180°$，$\therefore \angle OAP + \angle APO = 150°$

$\therefore \angle APO + \angle OPB = 150°$，即 $\angle APB = 150°$ .... 3 分

（2）$\because \angle APB$ 是 $\angle MON$ 的互智角，$\therefore OA \cdot OB = OP^2$，即 $\dfrac{OA}{OP} = \dfrac{OP}{OB}$

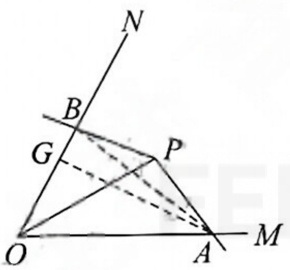
$\because P$ 为 $\angle MON$ 的角平分线上一点，$\angle MON = \alpha$，$\therefore \angle AOP = \angle BOP = \dfrac{1}{2}\alpha$

$\therefore \triangle AOP \sim \triangle POB$，$\therefore \angle OAP = \angle OPB$

$\therefore \angle APB = \angle OPB + \angle OPA = \angle OAP + \angle OPA = 180° - \dfrac{1}{2}\alpha$

即 $\angle APB = 180° - \dfrac{1}{2}\alpha$ .... 5 分

过点 A 作 $AG \perp OB$ 于点 G，如图，



$\therefore S_{\triangle AOB} = \dfrac{1}{2}OB \times AG = \dfrac{1}{2}OB \times OA\sin\angle AOB = \dfrac{1}{2}OP^2\sin\alpha$

$\because OP = \sqrt{2}$，$\therefore S_{\triangle AOB} = \sin\alpha$ .... 7 分

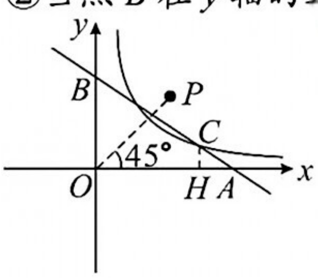
（3）设点 $C(a,b)$，则 $ab = 2$，

过点 C 作 $CH \perp OA$，垂足为点 H，

①当点 B 在 y 轴的正半轴上，点 A 在 x 轴的负半轴上时，$BC = CA$ 不可能，

.... 8 分

②当点 B 在 y 轴的正半轴上，点 A 在 x 轴的正半轴上时，如图



$\because BC=CA$，$\therefore \dfrac{CA}{AB}=\dfrac{1}{2}$

$\because CH // OB$，$\therefore \triangle ACH \sim \triangle ABO$，

$\therefore OB=2b$，$OA=2a$

$\because \angle APB$ 是 $\angle AOB$ 的互智角，

$\therefore OP^2=OA\cdot OB=2b\times 2a=4ab=8$，$\therefore OP=2\sqrt{2}$

$\because \angle AOB=90°$，OP 平分 $\angle AOB$，$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(2,2)$ ………………………… 9 分

③当点 B 在 y 轴的负半轴上时，点 A 在 x 轴的负半轴上时，$BC=CA$ 不可能.

$\therefore P$ 的坐标为 $(2,2)$ ………………………………………………………… 10 分

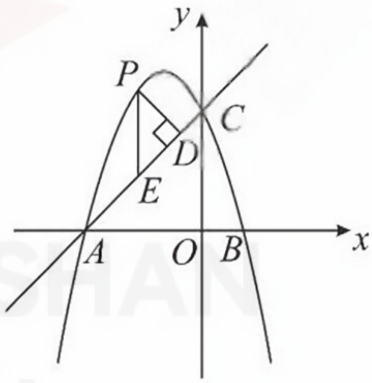
26.【解析】解：（1）将点 $A(-3,0)$，$C(0,3)$ 代入抛物线 $y=-x^2+bx+c$

得 $\begin{cases} c=3 \\ 0=-9-3b+c \end{cases}$ ………………………………………………………… 1 分

解得 $\begin{cases} b=-2 \\ c=3 \end{cases}$ ………………………………………………………… 2 分

$\therefore$ 抛物线表达式为 $y=-x^2-2x+3$． ………………………………………… 3 分

（2）$\because$ 直线 AC 过 $A(-3,0)$，$C(0,3)$，



$\therefore$ 直线 AC 所在表达式为 $y=x+3$

$\because OA=OC=3$，$\angle AOC=90°$

$\therefore \angle ACO=45°$

$\because PE // y$ 轴

$\therefore \angle PED=\angle ACO=45°$

$\because PD\perp AC$

$\therefore \angle PDE=90°$

$\therefore \triangle PDE$ 为等腰直角三角形

在等腰直角三角形中，$PD=DE=\dfrac{PE}{\sqrt{2}}$，

$\therefore \triangle PDE$ 的周长 $=PE+PD+DE=\left(\sqrt{2}+1\right)PE$ ………………………… 4 分

设 $P\left(x,-x^2-2x+3\right)$，则 $E(x,x+3)$，

$\therefore PE=\left(-x^2-2x+3\right)-(x+3)=-x^2-3x=-\left(x+\dfrac{3}{2}\right)^2+\dfrac{9}{4}$

$\because -1<0$

$\therefore$ 当 $x=-\dfrac{3}{2}$ 时，PE 有最大值 $\dfrac{9}{4}$

$\therefore$ 当 PE 取到最大值 $\dfrac{9}{4}$ 时，$\triangle PDE$ 的周长最大值 $=\left(1+\sqrt{2}\right)\times\dfrac{9}{4}=\dfrac{9\sqrt{2}+9}{4}$ ….. 6 分

当 $x=-\frac{3}{2}$ 时，$y=-\left(-\frac{3}{2}\right)^2-2\times\left(-\frac{3}{2}\right)+3=\frac{15}{4}$

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $\left(-\frac{3}{2},\frac{15}{4}\right)$ ………………………………………………………………… 7 分

（3）$\because y=-x^2-2x+3=-(x+1)^2+4$

$\therefore$ 抛物线对称轴为 $x=-1$，开口向下，顶点为 $(-1,4)$，

①当 M，N 在对称轴左侧时，$x_1+t\le -1$，即 $x_1\le -1-t$

$m-n=-(x_1+t)^2-2(x_1+t)+3-(-x_1{}^2-2x_1+3)=-t^2-2t-2tx_1$

$\because t>0$，$x_1\le -1-t$

$\therefore -2tx_1\ge 2t+2t^2$

$\therefore m-n=-t^2-2t-2tx_1\ge -t^2-2t+2t+2t^2=t^2$

要使 $m-n\le 4$，则 $t^2\le 4$，结合 $t>0$，

$\therefore t$ 的取值范围是 $0<t\le 2$；

②当 M，N 在对称轴右侧时，$x_1\ge -1$

$m-n=(-x_1{}^2-2x_1+3)-\left[-(x_1+t)^2-2(x_1+t)+3\right]=t^2+2t+2tx_1$

$\because t>0$，$x_1\ge -1$

$\therefore 2tx_1\ge -2t$

$\therefore m-n=t^2+2t+2tx_1\ge t^2+2t-2t=t^2$

要使 $m-n\le 4$，则 $t^2\le 4$，结合 $t>0$，

$\therefore t$ 的取值范围是 $0<t\le 2$；

③当 M 在对称轴左侧，N 在对称轴右侧时，

当 $x=-1$ 时，y 取得最大值为 4，故 $m=4$，

$\because m-n\le 4$，$\therefore n\ge 0$

$\because$ 抛物线与 x 轴交点为 $A(-3,0)$，$B(1,0)$，即 $n\ge 0$ 时，$-3\le x\le 1$；

$\therefore x_1\le x\le x_1+t$ 在 $-3\le x\le 1$ 范围内，则 $t\le 1-(-3)=4$；

结合 $t>0$，故 t 的取值范围是 $0<t\le 4$； ……………………………………………… 9 分

综上所述，t 的取值范围是 $0<t\le 4$． ………………………………………………………… 10 分

（直接写出答案只给 1 分）