高二2201班第一次月考数学试题

一、单选题：

1、已知三条不同的直线$l$，$m$，$n$和两个不同的平面$α$，$β$，则下列四个命题中错误的是( )

A. 若$m⊥α$，$n⊥α$，则$m∥n$ B. 若$l⊥α$，$m⊂α$，则$l⊥m$

C. 若$α⊥β$，$l⊂α$，则$l⊥β$ D. 若$l∥α$，$l⊥β$，则$α⊥β$

2、已知等差数列$\{a\_{n}\}$的前$n$项和为$S\_{n}$，$a\_{2}+a\_{9}=8$，$S\_{5}=−5$，则$S\_{15}$的值为( )

A. $125$ B. $135$ C. $145$ D. $155$

3、袋中在红、黄、绿色球各一个，每次任取一个，有放回地抽取三次，则球的颜色完全相

同的概率为( )

A、 B、 C、 D、

4、若直线 $y=ax$ 是曲线 $y=2lnx+1$ 的一条切线，则实数 $a=$( )

A. $e^{−\frac{1}{2}}$ B. $2e^{−\frac{1}{2}}$ C. $e^{\frac{1}{2}}$ D. $2e^{\frac{1}{2}}$

5、正三棱柱$ABC−A\_{1}B\_{1}C\_{1}$中，$AB=1$，若二面角$C−AB−C\_{1}$的大小为$60^{∘}$，则点$C$到平面$C\_{1}AB$的距离为( )

A. $1$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{3}{4}$

6、安排3名志愿者完成5项不同的工作，每人至少完成1项，每项工作由1人完成，则不同的安排方式共有(　　)

A．240种　 B．150种　 C．125种　 D．120种

1. 已知函数$f(x)=xlnx$，若对任意$x\_{1}>x\_{2}>0$，$\frac{λ}{2}(x\_{1}^{2}−x\_{2}^{2})>f(x\_{1})−f(x\_{2})$恒成立，则实数$λ$

的取值范围为( )

A. $[1,e]$ B. $(−\infty ,1]$ C. $[e,+\infty )$ D. $[1,+\infty )$

8、已知正四面体$S−ABC$的棱长为$1$,如果一高为$\frac{\sqrt{3}}{6}$的长方体能在该正四面体内任意转动,则该长方体的长和宽形成的长方形面积的最大值为( )

A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{12}$ D. $\frac{1}{24}$

二、多选题：

9、下列命题中正确的是( )

A.已知随机变量$ξ$服从正态分布$N(2,σ^{2})$，且$P(ξ<4)=0.8$，则$P(0<ξ<2)=0.3$；

B.相关系数$r$用来衡量两个变量之间线性关系的强弱，$|r|$越大，相关性越弱；

C.相关指数$R^{2}$用来刻画回归的效果，$R^{2}$越小，说明模型的拟合效果越好；

D.在残差图中，残差点分布的带状区域越狭窄，其模型拟合的精度就越高．

10、如图，多面体$OABDC$中，$AB=CD=2$，$AD=BC=2\sqrt{3}$，$AC=BD=\sqrt{10}$，且$OA$，$OB$，

$OC$两两垂直，则下列结论正确的是( )

A. 三棱锥$O−ABC$的体积是定值 B. 球面经过点$A$，$B$，$C$，$D$四点的球的直径是$\sqrt{13}$

C. 直线$OB∥$平面$ACD$ D. 二面角$A−OC−D$等于$30^{∘}$

  

1. 如图，棱长为$2$的正方体$ABCD−A\_{1}B\_{1}C\_{1}D\_{1}$的内切球为球$O$，$E$，$F$分别是棱$AB$和棱$CC\_{1}$

的中点，$G$在棱$BC$上移动，则下列结论成立的有( )

A. 存在点$G$，使$OD$垂直于平面$EFG$

B. 对于任意点$G$，$OA∥$平面$EFG$

C. 直线$EF$被球$O$截得的弦长为$\sqrt{2}$

D. 过直线$EF$的平面截球$O$所得的所有圆中，半径最小的圆的面积为$\frac{π}{2}$

12、已知函数$f(x)=\frac{lnx}{x}$，$g(x)=xe^{−x}$，若存在$x\_{1}\in (0,+\infty )$，$x\_{2}\in R$，使得$f(x\_{1})=g(x\_{2})=$

$k(k<0)$成立，则下列结论正确的是( )

A. $lnx\_{1}=x\_{2}$ B. $ln(−x\_{2})=−x\_{1}$

C. $\left(\frac{x\_{2}}{x\_{1}}\right)^{2}⋅e^{k}$的最大值为$\frac{4}{e^{2}}$ D. $\left(\frac{x\_{2}}{x\_{1}}\right)^{2}⋅e^{k}$的最大值为$\frac{1}{e^{2}}$

三、填空题：

13、多项式$\left(x^{2}+\frac{1}{x^{2}}−2\right)^{3}$的展开式中的常数项为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

14、已知甲袋中有6只红球，4只白球；乙袋中有8只红球，6只白球．随机取一个袋子，再从该袋中随机取一球，则该球是红球的概率为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

15、等比数列$\left\{a\_{n}\right\}$中$a\_{1}=1$，且$4a\_{1}$，$2a\_{2}$，$a\_{3}$成等差数列，则$\frac{a\_{n}}{n}(n\in N^{∗})$的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_．

16、已知函数（且）有两个不同的零点，则实数 $a$ 的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_．

四、解答题：

17、已知数列$\left\{a\_{n}\right\}$的前$n$项和为$S\_{n}$，$a\_{1}=2$，$S\_{n}=\frac{1}{3}(n+2)a\_{n}$．

(1)求$a\_{n}$；(2)求证：$\frac{1}{a\_{1}}+\frac{1}{a\_{2}}+\cdots +\frac{1}{a\_{n}}<1$．

18、正三角形$ABE$所在的平面与菱形$ABCD$所在的平面互相垂直，$AB=2$，$∠ABC=60^{∘}$，

$M$是$AB$的中点．

(1)求证：$EM⊥AD$；(2)在线段$EC$上是否存在点$P$，使得直线$AP$与平面$ABE$所成的角为$45^{∘}$？若存在，求出$\frac{EP}{EC}$的值；若不存在，说明理由．



19、设函数 $f\left(x\right)=\frac{1}{x}+2lnx$．

（1）讨论函数 $f\left(x\right)$ 的单调性．

（2）如果对所有的 $x\geq 1$，都有 $f\left(x\right)\leq ax$，求 $a$ 的取值范围．

20、某银行规定,一张银行卡若在一天内出现$3$次密码尝试错误,该银行卡将被锁定,小王到银

行取钱时,发现自己忘记了银行卡的密码,但是可以确定该银行卡的正确密码是他常用的$6$个密码之一,小王决定从中不重复地随机选择$1$个进行尝试.若密码正确,则结束尝试;否则继续尝试,直至该银行卡被锁定．

(1)求当天小王的该银行卡被锁定的概率;

(2)设当天小王用该银行卡尝试密码次数为$X$,求$X$的分布列和数学期望．

21、如图，矩形 $ABCD$ 中，$\frac{AB}{AD}=λ\left(λ>1\right)$，将其沿 $AC$ 翻折，使点 $D$ 到达点 $E$ 的位置，且二面角 $C−AB−E$ 为直二面角．

（1）求证：平面 $ACE⊥$ 平面 $BCE$；（2）设 $F$ 是 $BE$ 的中点，二面角 $E−AC−F$ 的平面角的大小为 $θ$，当 $λ\in \left[2,3\right]$ 时，求 $cosθ$ 的取值范围．



22、设函数$f(x)=ax^{2}−a−lnx−\frac{1}{x}$，其中$a\in R$**；**

(1)若$f(x)$在$(0,+\infty )$上为增函数，求$a$的取值范围；

(2)当$a\geq \frac{1}{2}$，$x\in (1,+\infty )$时，求证：$f(x)+e^{1−x}>0$．