

2102 年第 23 届希望杯初赛

初一年级试题答案

(1) 选择题

题号	1	2	3	4	5
答案	C	A	B	D	C
题号	6	7	8	9	10
答案	A	A	C	B	C

(2) A 组填空题

题号	11	12	13	14	15
答案	$-\frac{8}{23}$	$\frac{1}{5}$	-2	$P < H < O < E$	7
题号	16	17	18	19	20
答案	-1	$70\frac{5}{6}$	-58	$\frac{5\pi}{12}$	15

(3) B 组填空题

题号	21	22	23	24	25
答案	$\frac{49}{3}; 9; -39; 79$	7; 1	8.25; 1000	$\frac{399}{40}$ 或 $\frac{9}{40}$	45; $\frac{1}{3}$

(1) 第 1-10 题：答对得 4 分；答错或不答，得 0 分。

(2) 第 11-20 题：答对得 4 分；答错或不答，得 0 分。

(3) 第 21-25 题：答对得 8 分(第 21 题每空 2 分；第 24 题每种情况 4 分；其余三题每空 4 分)；答错或不答，得 0 分。翔文学习提供 QQ2254237433

初一年级试题详解

1. 原式 $= 1 + 4 - \frac{-4 \times 1}{4} = 6$

2. $557 - (94.2 - 45.7) = 508.5$

3. 因为 $a < b < c$ ，所以 $|a-b| + |b-c| + |c-a| = b-a + c-b + c-a = 2c - 2a$

4. 两次拐弯后应拐 180° ，D 符合

5. $(30+34+32+37+28+31) \div 6 = 32$

6. 绝对质数只能由 1、3、7、9 组成。

13、31、17、71、37、73、79、97 一共 8 个

7. $\frac{1}{2012 - \frac{x}{x-1}} = \frac{1}{2012}$ ，得出 $x=0$ ，所以 $\frac{x^4 - 2009}{x^9 + 49} = -41$

8. 设男员工人数为 a ，女员工人数为 b ，列方程：

$$\frac{6500a + 5000b}{a + b} = 5500$$

$$\text{得 } \frac{a}{b} = \frac{1}{2}$$

9. $S_{\triangle BEF} : S_{\triangle BEC} = EF : EC = 4 : 9$, $S_{\triangle BEC} : S_{\triangle BDC} = BE : BD = 4 : 5$, $S_{\triangle BDC} : S_{\triangle ABC} = DC : AC = 3 : 4$

$$\therefore S_{\triangle BEF} : S_{\triangle ABC} = \frac{4}{9} \times \frac{4}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{4}{15}$$

$$\therefore S_{\triangle BEF} = 60 \times \frac{4}{15} = 16$$

10. 3 元硬币可取 0 枚、1 枚、2 枚、3 枚共 4 种取法
 5 元硬币可取 0 枚、1 枚、2 枚、3 枚、4 枚、5 枚共 6 种取法，但 3 元和 5 元不能同时取 0 枚，共 $4 \times 6 - 1 = 23$ 种取法，即 23 种面积

11. $0.23m + \frac{1}{5} = 0.12$ ，得出 $m = -\frac{8}{23}$

12. 勾股定理： $BC^2 = (AB - CD)^2 + AD^2 = 25$

$$S_1 = \frac{1}{2} \times 4 \times (2+5) = 14, S_2 = 2^2 + 4^2 + 5^2 + 5^2 = 70,$$

$$\therefore \frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{5}$$

13. $\frac{1}{(-|a|)^2} = \frac{1}{32} (-a)^3$ ，即 $\frac{1}{a^2} = -\frac{a^3}{32}$ ， $a^5 = -32$ ，

$$\therefore a = 2$$

14. 因为 $a^2 > |a|$ ， $|b| > b^2$ ，

$$E - 0 = a^2 - b - a^2 - b^2 = -b^2 - b > 0$$

$$0 - H = a^2 + b^2 + a + b$$

$$a^2 - |a| > 2 > |b| - b^2$$

$$\therefore a^2 + a + b^2 + b = a^2 - |a| - (|b| - b^2) > 0$$

$$H - P = -a - b + a - b^2 = -b - b^2 = |b| - b^2 > 0$$

所以 $E > 0 > H > P$

本题也可以用特殊值法

15. 逆推，最后剩下的一半为半只，所以丙买时只要 $0.5 \times 2 = 1$ 只，
 乙买时有 $(1 + 0.5) \times 2 = 3$ 只，甲买时有 $(3 + 0.5) \times 2 = 7$ 只。

16. 由题意： $a - 2b + 3c + 4 = 0 \dots\dots\dots \textcircled{1}$

$$2a - 3b + 4c - 5 = 0 \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} : 3a - 5b + 7c - 1 = 0$$

$$\therefore 6a - 10b + 14c - 3 = -1$$

17. 作 $DF \perp BC$ 于点 D，设 $EF = x$

$$\therefore DE = DA_1 - A_1E = 15 - x,$$

由勾股定理： $DE^2 + DF^2 = EF^2$ ，

$$\text{得出 } (15 - x)^2 = 10^2 + x^2, \text{ 所以 } x = \frac{25}{6}$$

$$S_{\triangle CDE} = \frac{1}{2} CE \cdot DF = \frac{1}{2} \left(\frac{25}{6} + 25 - 15 \right) \times 10 = \frac{425}{6}$$

18. 原式 $= a^2 + 4b^2 - 4ab + 4a^2 - 32a + 64 + b^2 - 4b + 4 - 58$

$$= (a - 2b)^2 + 4(a - 4)^2 + (b - 2)^2 - 58 \geq -58$$

当 $a = 4$ 且 $b = 2$ 时，取“=”，所以原式的最小值为 -58

19. $\angle ABC = 30^\circ$ ， $\therefore \angle ABA_1 = 150^\circ = \angle CBC_1$

$$S_{\text{阴}} = S_{\text{扇}BAA_1} + S_{\triangle ABC} - S_{\text{扇}BCC_1} - S_{\triangle BC_1A_1} = S_{\text{扇}BAA_1} - S_{\text{扇}BCC_1}$$

$$= \frac{150^\circ}{360^\circ} \cdot \pi \cdot 2^2 - \frac{150^\circ}{360^\circ} \cdot \pi \cdot (2^2 - 1^2) = \frac{5}{12} \pi$$

20. 设轿车, 货车, 客车速度分别为 V_1 、 V_2 、 V_3 , 轿车、货车、客车之间的初始距离为 S 。

$$V_1 - V_2 = \frac{S}{10} \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

$$V_1 - V_3 = \frac{2S}{15} \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{1} \text{得: } V_2 - V_3 = \frac{2S}{15} - \frac{S}{10} = \frac{S}{30}$$

$$T = 30 - 10 - 5 = 15$$

21. 解 $2x - 3y - z = 56 \dots\dots\dots \textcircled{1}$

$$x + 6y + 4z = 91 \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{1} \text{得: } \frac{x + y + z}{3} = \frac{49}{3}$$

$$(x - 3)^2 = 36, \therefore x - 3 = \pm 6, \text{ 又因 } x > 0, \therefore x = 9$$

代入 $\textcircled{1}$ 、 $\textcircled{2}$ 得 $y = -39, z = 79$

22. (2、3、4) (2、4、5) (2、5、6) (3、4、5) (3、4、6) (3、5、6) (4、5、6) 共 7 个, 其中只有 (3、4、5) 为直角三角形。

23. $0.011 \times 1500 \times 0.5 = 8.25$ (元)

设照明时间为 x 小时, 费用相同

$$27 + 0.011x \times 0.5 = 2.5 + 0.06x \times 0.5$$

解方程得 $x = 1000$

24. 设 $a = 3p, b = 3q. \therefore (p, q) = 1, \text{ 且 } pq = 20$

因为 $a > b$, 即 $p > q$ 。

$$\therefore \begin{cases} p = 5 \\ q = 4 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} p = 20 \\ q = 1 \end{cases}, \text{ 即 } \frac{a^2 - b^2}{2ab} = \frac{399}{40} \text{ 或 } \frac{9}{40}$$

25. 设 $\angle CAB = 2\alpha$

$$\because AM = ML, \text{ 且 } \angle CAB = 90^\circ \qquad \therefore CM = MA$$

$$\therefore \angle ACM = \angle MAC = \alpha$$

$$\therefore \angle CKB = \angle CAK + \angle ACM = 3\alpha$$

$$\angle KCB = 90^\circ - \angle ACM = 90^\circ - \alpha$$

$$\because BK = BC \qquad \therefore \angle CKB = \angle KCB$$

$$\therefore 3\alpha = 90^\circ - \alpha$$

$$\text{即 } \alpha = 22.5^\circ$$

$$\therefore \angle CAB = 45^\circ, \frac{\angle ACK}{\angle KCB} = \frac{22.5^\circ}{67.5^\circ} = \frac{1}{3}$$