

## 2010 年益阳市一中高一新生入学考试数学试题

时量：90 分钟 总分：100 分

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

1、下列运算正确的是（ ）

A.  $(a^3)^2 = a^5$     B.  $(3-\pi)^0 = 1$     C.  $\sqrt{2} + \sqrt{5} = \sqrt{7}$     D.  $2^{-3} = -6$

2、若  $\frac{a-b}{b} = \frac{2}{3}$ ，则  $\frac{a}{b} =$ （ ）    A.  $\frac{1}{3}$     B.  $\frac{4}{3}$     C.  $\frac{2}{3}$     D.  $\frac{5}{3}$

3、已知  $a, b, c$  分别是三角形的三边，则方程  $(a+b)x^2 + 2cx + (a+b) = 0$  的根的情况是

- ( )    A. 没有实数根    B. 可能有且只有一个实数根  
      C. 有两个相等的实数根    D. 有两个不相等的实数根

4、下列四个命题中错误的是（ ）

- A. 两条对角线互相垂直且相等的四边形是正方形  
B. 菱形的一条对角线平分一组对角  
C. 顺次连接四边形的各边中点所得的四边形是平行四边形  
D. 等腰梯形的两条对角线相等

5、用反证法证明“若  $\square O$  的半径为  $r$ ，点  $P$  到圆心的距离  $d$  大于  $r$ ，则点  $P$  在  $\square O$  的外部”首先应假设（ ）

- A.  $d < r$     B. 点  $P$  在  $\square O$  外    C.  $d \leq r$     D. 点  $P$  在  $\square O$  上或点  $P$  在  $\square O$  的内

6、在  $\triangle ABC$  中， $\angle C = 90^\circ$ ，若  $\sin B = \frac{1}{3}$ ，则  $\cos A$  的值为（ ）

A.  $\frac{1}{3}$     B.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$     C. 1    D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

7、用配方法解方程  $3x^2 - 6x + 1 = 0$ ，则方程可变形为（ ）

A.  $(x-3)^2 = \frac{1}{3}$     B.  $3(x-1)^2 = \frac{1}{3}$     C.  $(3x-1)^2 = 1$     D.  $(x-1)^2 = \frac{2}{3}$

8、一组按规律排列的多项式： $a+b, a^2-b^3, a^3+b^5, a^4-b^7, \dots$ ，其中第十个式子是

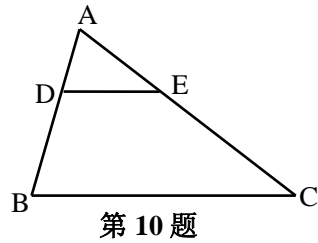
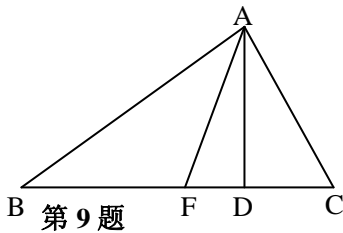
- ( )    A.  $a^{10} + b^{19}$     B.  $a^{10} - b^{19}$     C.  $a^{10} - b^{17}$     D.  $a^{10} - b^{21}$

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

9、如图， $AD, AF$  分别是  $\triangle ABC$  的高和角平分线，已知  $\angle B = 36^\circ, \angle C = 76^\circ$ ，

则  $\angle FAD =$  \_\_\_\_\_

- 10、如图,在 $\triangle ABC$ 中,  $D, E$  分别是  $AB, AC$  边上的点, 已知  $DE \parallel BC, AB = 6, AC = 9, AE = 3$ , 则  $AD =$  \_\_\_\_\_



- 11、因式分解:  $x^2 + 3x + 2 =$  \_\_\_\_\_

- 12、反比例函数  $y = \frac{m+1}{x}$  的图象经过点  $(2, 1)$ , 则  $m$  的值是 \_\_\_\_\_

- 13、函数  $y = \frac{\sqrt{x-3}}{x-4}$  中自变量的取值范围是 \_\_\_\_\_

- 14、已知坐标平面上的机器人接受指令 “ $(a, A)$ ” ( $a \geq 0, 0^\circ < A < 180^\circ$ ) 后的行动结果为: 在原地顺时针旋转  $A$  后, 再向面对方向沿直线行走  $a$ 。若机器人的位置在原点, 面对方向为  $y$  轴的负半轴, 则它完成一次指令  $(2, 60^\circ)$  后, 所在位置的坐标为 \_\_\_\_\_

- 15、过点  $(2, 0)$  且与坐标轴围成的三角形面积为 2 的直线解析式是 \_\_\_\_\_

- 16、直线  $y = kx + b$  经过  $A(2, 1), B(-1, -2)$  两点, 则不等式  $\frac{1}{2}x > kx + b > -2$  的解集为 \_\_\_\_\_

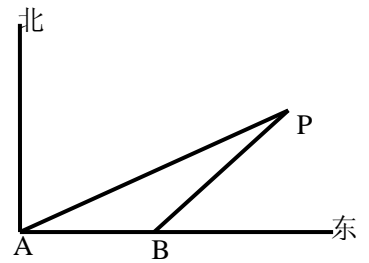
### 三、解答题 (本大题共 5 小题, 每小题 6 分, 共 30 分)

- 17、解不等式组:

$$\begin{cases} x - 3(x - 2) \leq 4 & \text{①} \\ \frac{1 + 2x}{3} > x - 1 & \text{②} \end{cases}$$

- 18、解方程  $\frac{4}{x^2 - 4} - \frac{1}{x - 2} = 1$ .

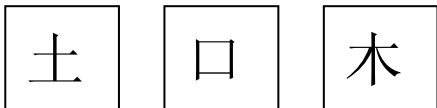
19、如图，海上有一灯塔  $P$ ，在它周围 6 海里内有暗礁。一艘海轮以 18 海里/时的速度由西向东方向航行，行至  $A$  点处测得灯塔  $P$  在它的北偏东  $60^\circ$  的方向上，继续向东行驶 20 分钟后，到达  $B$  处又测得灯塔  $P$  在它的北偏东  $45^\circ$  方向上，如果海轮不改变方向继续前进有没有触礁的危险？



第 19 题

20、高一某班在入学体检中，测得全班同学平均体重是 48 千克，其中男同学平均体重比女同学平均体重多 20%，而女同学人数比男同学人数多 20%。求男、女同学的平均体重。

21、汉字是世界上最古老的文字之一，字形结构体现人类追求均衡对称、和谐稳定的天性，如图，三个汉字可以看成是轴对称图形。



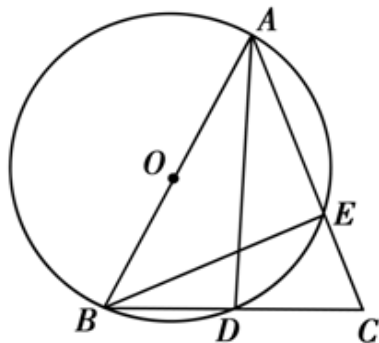
(1) 请再写出两个类似轴对称图形的汉字；

(2) 小明和小兰利用“土”、“口”、“木”三个汉字设计一个游戏，规则如下：将这个三汉字分别写在背面都相同的三张卡片上，背面朝上洗匀后抽出一张，放回洗匀后再抽出一张，若两次抽出的汉字能构成上下结构的汉字（如“土”“土”构成“圭”）小明获胜，否则小兰获胜。你认为这个游戏对谁有利？请用列表或画树状图的方法进行分析并写出构成的汉字进行说明。

四、证明题（本题 10 分）

22、如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，以 $AB$ 为直径的 $\odot O$ 交 $AC$ 与 $E$ ，交 $BC$ 与 $D$ 。

求证：(1)  $D$ 是 $BC$ 的中点； (2)  $\triangle BEC \sim \triangle ADC$ ； (3)  $BC^2 = 2AB \cdot CE$ 。



第 22 题图

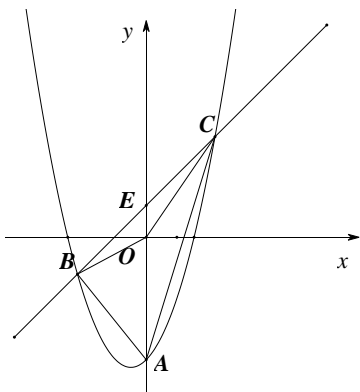
五、综合题（本题 12 分）

23. 如图(1)，抛物线 $y = x^2 + x - 4$ 与 $y$ 轴交于点 $A, E(0, b)$ 为 $y$ 轴上一动点，过点 $E$ 的直线 $y = x + b$ 与抛物线交于点 $B, C$ 。

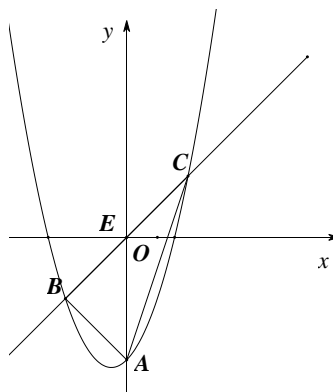
(1) 求点 $A$ 的坐标

(2) 当 $b = 0$ 时（如图(2)）， $\triangle ABE$ 与 $\triangle ACE$ 的面积大小关系如何？当 $b > -4$ 时，上述关系还成立吗，为什么？

(3) 是否存在这样的 $b$ ，使得 $\triangle BOC$ 是以 $BC$ 为斜边的直角三角形，若存在，求出 $b$ ；若不存在，说明理由。



图(1)



图(2)

第 23 题