

2010 年益阳市一中高一新生入学考试数学试题

时量：90 分钟 总分：100 分

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

1、下列运算正确的是（ ）

A. $(a^3)^2 = a^5$ B. $(3-\pi)^0 = 1$ C. $\sqrt{2} + \sqrt{5} = \sqrt{7}$ D. $2^{-3} = -6$

2、若 $\frac{a-b}{b} = \frac{2}{3}$ ，则 $\frac{a}{b} =$ （ ） A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{5}{3}$

3、已知 a, b, c 分别是三角形的三边，则方程 $(a+b)x^2 + 2cx + (a+b) = 0$ 的根的情况是

- () A. 没有实数根 B. 可能有且只有一个实数根
 C. 有两个相等的实数根 D. 有两个不相等的实数根

4、下列四个命题中错误的是（ ）

- A. 两条对角线互相垂直且相等的四边形是正方形
B. 菱形的一条对角线平分一组对角
C. 顺次连接四边形的各边中点所得的四边形是平行四边形
D. 等腰梯形的两条对角线相等

5、用反证法证明“若 $\square O$ 的半径为 r ，点 P 到圆心的距离 d 大于 r ，则点 P 在 $\square O$ 的外部”首先应假设（ ）

- A. $d < r$ B. 点 P 在 $\square O$ 外 C. $d \leq r$ D. 点 P 在 $\square O$ 上或点 P 在 $\square O$ 的内

6、在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，若 $\sin B = \frac{1}{3}$ ，则 $\cos A$ 的值为（ ）

A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ C. 1 D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

7、用配方法解方程 $3x^2 - 6x + 1 = 0$ ，则方程可变形为（ ）

A. $(x-3)^2 = \frac{1}{3}$ B. $3(x-1)^2 = \frac{1}{3}$ C. $(3x-1)^2 = 1$ D. $(x-1)^2 = \frac{2}{3}$

8、一组按规律排列的多项式： $a+b, a^2-b^3, a^3+b^5, a^4-b^7, \dots$ ，其中第十个式子是

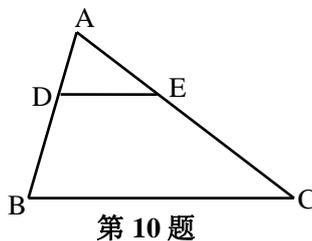
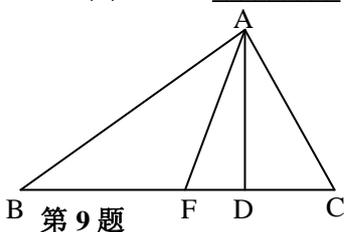
- () A. $a^{10} + b^{19}$ B. $a^{10} - b^{19}$ C. $a^{10} - b^{17}$ D. $a^{10} - b^{21}$

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

9、如图， AD, AF 分别是 $\triangle ABC$ 的高和角平分线，已知 $\angle B = 36^\circ, \angle C = 76^\circ$ ，

则 $\angle FAD =$ _____

- 10、如图,在 $\triangle ABC$ 中, D, E 分别是 AB, AC 边上的点, 已知 $DE \parallel BC, AB = 6, AC = 9, AE = 3$, 则 $AD =$ _____



- 11、因式分解: $x^2 + 3x + 2 =$ _____

- 12、反比例函数 $y = \frac{m+1}{x}$ 的图象经过点 $(2, 1)$, 则 m 的值是 _____

- 13、函数 $y = \frac{\sqrt{x-3}}{x-4}$ 中自变量的取值范围是 _____

- 14、已知坐标平面上的机器人接受指令 “ (a, A) ” ($a \geq 0, 0^\circ < A < 180^\circ$) 后的行动结果为: 在原地顺时针旋转 A 后, 再向面对方向沿直线行走 a 。若机器人的位置在原点, 面对方向为 y 轴的负半轴, 则它完成一次指令 $(2, 60^\circ)$ 后, 所在位置的坐标为 _____

- 15、过点 $(2, 0)$ 且与坐标轴围成的三角形面积为 2 的直线解析式是 _____

- 16、直线 $y = kx + b$ 经过 $A(2, 1), B(-1, -2)$ 两点, 则不等式 $\frac{1}{2}x > kx + b > -2$ 的解集为 _____

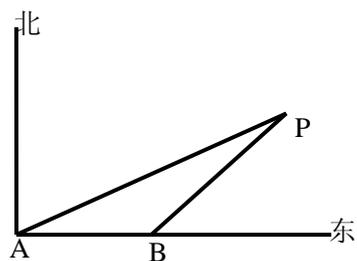
三、解答题 (本大题共 5 小题, 每小题 6 分, 共 30 分)

- 17、解不等式组:

$$\begin{cases} x - 3(x - 2) \leq 4 & \text{①} \\ \frac{1 + 2x}{3} > x - 1 & \text{②} \end{cases}$$

- 18、解方程 $\frac{4}{x^2 - 4} - \frac{1}{x - 2} = 1$.

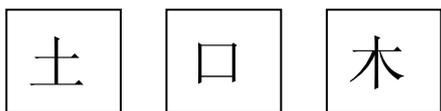
19、如图，海上有一灯塔 P ，在它周围 6 海里内有暗礁。一艘海轮以 18 海里/时的速度由西向东方向航行，行至 A 点处测得灯塔 P 在它的北偏东 60° 的方向上，继续向东行驶 20 分钟后，到达 B 处又测得灯塔 P 在它的北偏东 45° 方向上，如果海轮不改变方向继续前进有没有触礁的危险？



第 19 题

20、高一某班在入学体检中，测得全班同学平均体重是 48 千克，其中男同学平均体重比女同学平均体重多 20%，而女同学人数比男同学人数多 20%。求男、女同学的平均体重。

21、汉字是世界上最古老的文字之一，字形结构体现人类追求均衡对称、和谐稳定的天性，如图，三个汉字可以看成是轴对称图形。



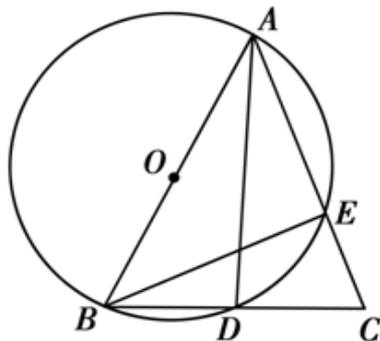
(1) 请再写出两个类似轴对称图形的汉字；

(2) 小明和小兰利用“土”、“口”、“木”三个汉字设计一个游戏，规则如下：将这个三汉字分别写在背面都相同的三张卡片上，背面朝上洗匀后抽出一张，放回洗匀后再抽出一张，若两次抽出的汉字能构成上下结构的汉字（如“土”“土”构成“圭”）小明获胜，否则小兰获胜。你认为这个游戏对谁有利？请用列表或画树状图的方法进行分析并写出构成的汉字进行说明。

四、证明题（本题 10 分）

22、如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，以 AB 为直径的 $\odot O$ 交 AC 与 E ，交 BC 与 D 。

求证：(1) D 是 BC 的中点； (2) $\triangle BEC \sim \triangle ADC$ ； (3) $BC^2 = 2AB \cdot CE$ 。



第 22 题图

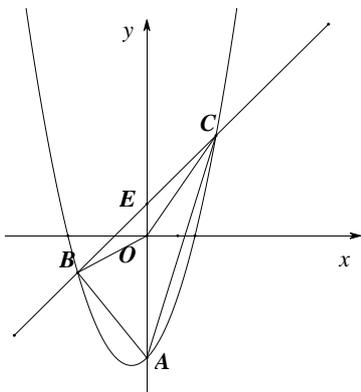
五、综合题（本题 12 分）

23. 如图(1)，抛物线 $y = x^2 + x - 4$ 与 y 轴交于点 $A, E(0, b)$ 为 y 轴上一动点，过点 E 的直线 $y = x + b$ 与抛物线交于点 B, C 。

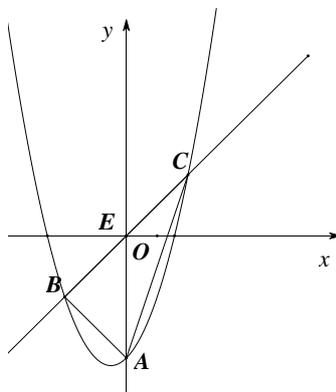
(1) 求点 A 的坐标

(2) 当 $b = 0$ 时（如图(2)）， $\triangle ABE$ 与 $\triangle ACE$ 的面积大小关系如何？当 $b > -4$ 时，上述关系还成立吗，为什么？

(3) 是否存在这样的 b ，使得 $\triangle BOC$ 是以 BC 为斜边的直角三角形，若存在，求出 b ；若不存在，说明理由。



图(1)



图(2)

第 23 题