

# 数学试题参考答案及评分标准

## 一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	D	A	A	D	A	D	B

## 二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

9.  $20^\circ$       10. 2      11.  $(x+2)(x+1)$       12.  $m=1$       13.  $x \geq 3$  且  $x \neq 4$
14.  $(-\sqrt{3}, -1)$       15.  $y = x + 2$  或  $y = x - 2$  （全对才给分）      16.  $-1 < x < 2$

## 三、解答题（本大题共 5 小题，每小题 6 分，共 30 分）

17. 解不等式① 得  $x \geq 1$  ..... 2 分  
 解不等式② 得  $x < 4$  ..... 4 分  
 所以这个不等式组的解集为： $1 \leq x < 4$  ..... 6 分

18. 解：方程两边同乘以  $x^2 - 4$ ，得

$$4 - (x + 2) = x^2 - 4, \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\text{即 } x^2 + x - 6 = 0, \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\text{解之得 } x_1 = -3, \quad x_2 = 2, \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

经检验  $x = 2$  是原方程的增根，

所以原方程的根为  $x = -3$ . ..... 6 分

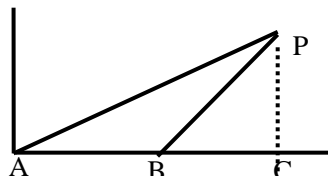
19. 解：过点 P 作  $PC \perp AB$  于 C 点，据题意得

$$AB = 18 \times \frac{20}{60} = 6,$$

$$\angle PAB = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ,$$

$$\angle PBC = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ,$$

$\therefore \angle PCB = 90^\circ, \therefore PC = BC$  ..... 4 分



在 Rt $\triangle PAC$  中  $\tan 30^\circ = \frac{PC}{6 + PC}$  即  $\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{PC}{6 + PC}$  ..... 5 分

解得  $PC = 3\sqrt{3} + 3 > 6$

$\therefore$  海轮不改变方向继续前进无触礁危险。 ..... 6 分

20. 解：设女同学平均体重  $x$  千克，则男同学平均体重为  $1.2x$  千克；

设男同学  $y$  人，则女同学为  $1.2y$  人 ..... 1 分

根据题意得方程： $1.2xy + 1.2xy = 48(y + 1.2y)$  ..... 3 分

整理得:  $2.4xy = 48 \times 2.2y$  .....4分

$\because y \neq 0$  解得  $x = 44$  (千克)  $1.2x = 52.8$  (千克) .....5分

答: 男同学平均体重为 52.8 千克, 女同学平均体重为 44 千克. ....6分

21. 解: (1) 如: 田、日等 (只要是轴对称图形就给分) .....1分

(2) 这个游戏对小兰有利。每次游戏时, 所有可能出现的结果列表如下:

	土	口	木
土	(土, 土)	(土, 口)	(土, 木)
口	(口, 土)	(口, 口)	(口, 木)
木	(木, 土)	(木, 口)	(木, 木)

共有 9 种结果, 其中能组成上下结构的汉字有 4 种: 圭, 吕, 杏, 呆。4分

$\therefore P$  (小兰获胜)  $= \frac{4}{9}$ ,  $P$  (小明获胜)  $= \frac{5}{9}$ , .....5分

$P$  (小明获胜)  $< P$  (小兰获胜) .....6分

$\therefore$  游戏对小兰有利。

#### 四、证明题 (本题 10 分)

22. (1) 证明:  $\because AB$  是  $\odot O$  的直径,  $\therefore \angle ADB = 90^\circ$ ,

即  $AD$  是底边  $BC$  上的高. ....1分

又  $\because AB = AC$ ,  $\therefore \triangle ABC$  是等腰三角形,

$\therefore D$  是  $BC$  的中点; .....3分

(2) 证明:  $\because \angle CBE$  与  $\angle CAD$  是同弧所对的圆周角,

$\therefore \angle CBE = \angle CAD$ . .....5分

又  $\because \angle BCE = \angle ACD$ ,

$\therefore \triangle BEC \sim \triangle ADC$ ; .....6分

(3) 证明: 由  $\triangle BEC \sim \triangle ADC$ , 知  $\frac{CD}{AC} = \frac{CE}{BC}$ ,

即  $CD \cdot BC = AC \cdot CE$ . .....8分

$\because D$  是  $BC$  的中点,  $\therefore CD = \frac{1}{2} BC$ .

又  $\because AB = AC$ ,  $\therefore CD \cdot BC = AC \cdot CE = \frac{1}{2} BC \cdot BC = AB \cdot CE$

即  $BC^2 = 2AB \cdot CE$ . .....10分

#### 五、综合题 (本题 12 分)

(1) 将  $x=0$ , 代入抛物线解析式, 得点  $A$  的坐标为  $(0, -4)$  .....2 分

(2) 当  $b=0$  时, 直线为  $y=x$ , 由  $\begin{cases} y=x \\ y=x^2+x-4 \end{cases}$  解得  $\begin{cases} x_1=2 \\ y_1=2 \end{cases}, \begin{cases} x_2=-2 \\ y_2=-2 \end{cases}$

所以  $B$ 、 $C$  的坐标分别为  $(-2, -2), (2, 2)$  ..... 4 分

$$S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4, S_{\triangle ACE} = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$$

所以  $S_{\triangle ABE} = S_{\triangle ACE}$  (利用同底等高说明面积相等亦可) ..... 6 分

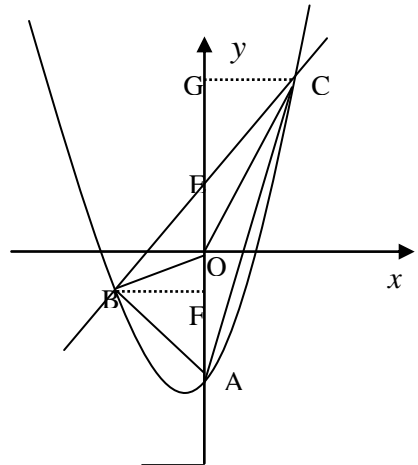
当  $b > -4$  时, 仍有  $S_{\triangle ABE} = S_{\triangle ACE}$  成立. 理由如下

$$\text{由 } \begin{cases} y=x+b \\ y=x^2+x-4 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} x_1=\sqrt{b+4} \\ y_1=\sqrt{b+4}+b \end{cases},$$

$$\begin{cases} x_2=-\sqrt{b+4} \\ y_2=-\sqrt{b+4}+b \end{cases}$$

所以  $B$ 、 $C$  的坐标分别为

$$(-\sqrt{b+4}, -\sqrt{b+4}+b), (\sqrt{b+4}, \sqrt{b+4}+b),$$



作  $BF \perp y$  轴,  $CG \perp y$  轴, 垂足分别为  $F$ 、 $G$ , 则  $BF = CG = \sqrt{b+4}$ ,

而  $\triangle ABE$  和  $\triangle ACE$  是同底的两个三角形,

所以  $S_{\triangle ABE} = S_{\triangle ACE}$  .....8 分

(3) 存在这样的  $b$ .

因为  $BF = CG, \angle BEF = \angle CEG, \angle BFE = \angle CGE = 90^\circ$

所以  $\triangle BEF \cong \triangle CEG$

所以  $BE = CE$ , 即  $E$  为  $BC$  的中点

所以当  $OE = CE$  时,  $\triangle OBC$  为直角三角形 .....10 分

$$\text{因为 } GE = \sqrt{b+4} + b - b = \sqrt{b+4} = GC$$

$$\text{所以 } CE = \sqrt{2} \cdot \sqrt{b+4}, \text{ 而 } OE = |b|$$

$$\text{所以 } \sqrt{2} \cdot \sqrt{b+4} = |b|, \text{ 解得 } b_1 = 4, b_2 = -2,$$

所以当  $b=4$  或  $-2$  时,  $\triangle OBC$  为直角三角形. ....12 分